

声明：© 2021, COMSOL Co. Ltd. 本课程包含的所有内容版权为 COMSOL® 公司所有。课程内容仅供参加本课程的用户学习使用，严禁个人或组织擅自以任何形式盗录、翻拍及转载。所有未经 COMSOL 公司授权而使用本课程内容的行为均视为侵权行为，COMSOL 公司将保留追究其法律责任的权利。

# COMSOL 多物理场仿真基础强化培训

## 课程 3：网格剖分

施 翀

应用工程师

COMSOL 中国

# 日程安排

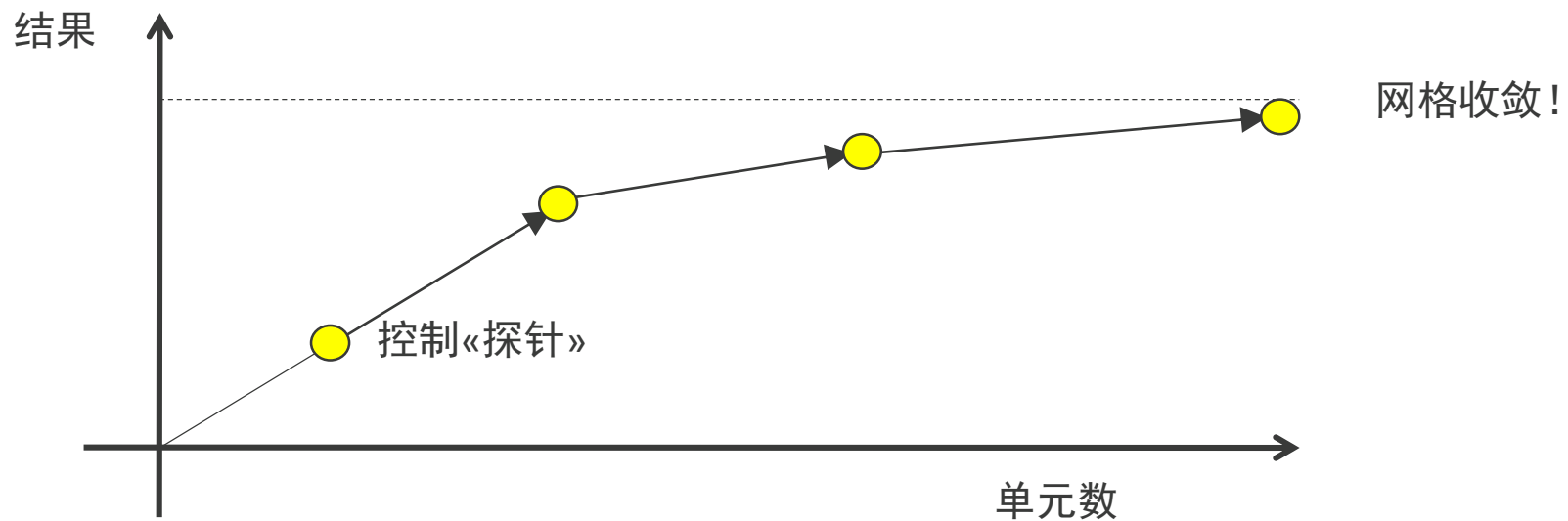
- 基本操作示例
- 几何建模、草图和 CAD 导入
- 网格剖分
- 结果后处理和常用函数

# 我们为什么需要网格？

- 有限元（FEM）基于几何离散化为小的单元——网格单元
- 有限元网格有两个目的：
  - 表征几何
  - 表征求解域
- 使用更多的单元通常意味着：
  - 更精确的近似和求解
  - 更长的求解时间和更多的内存需求
- 在数值稳定性方面，是否获得良好的刚度矩阵
  - 很大程度上取决于网格单元的大小和形状（可以通过网格质量来作为指示器）

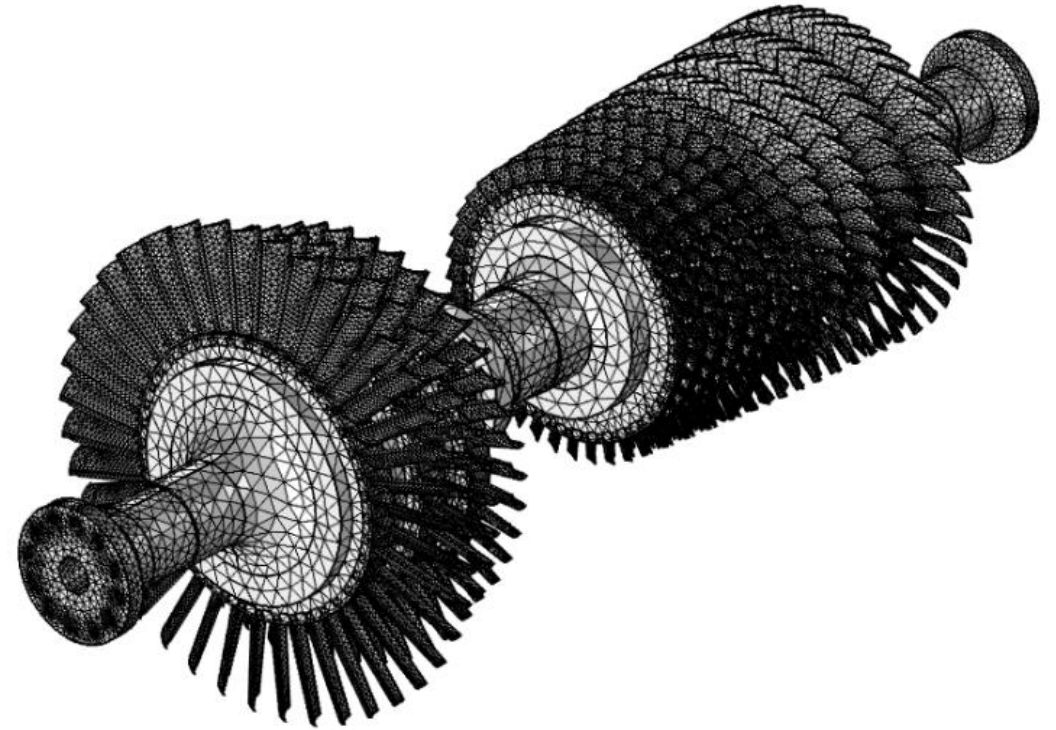
# 我们需要多少网格单元？

- 事先我们并不清楚
- 足够的精细度充分描述几何
- 足够的精细度来解析所有结果的梯度



# COMSOL 中的网格剖分方法

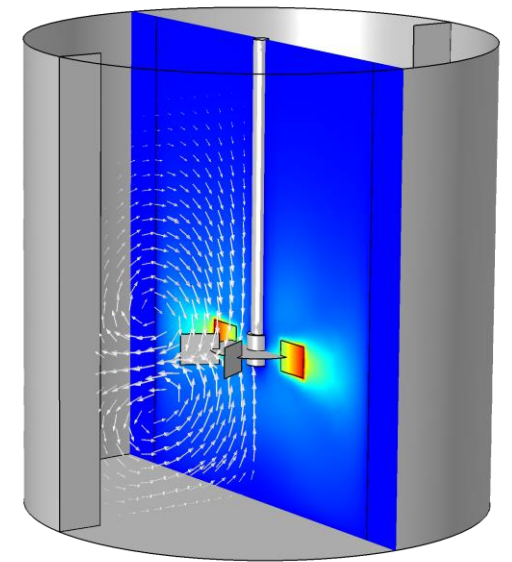
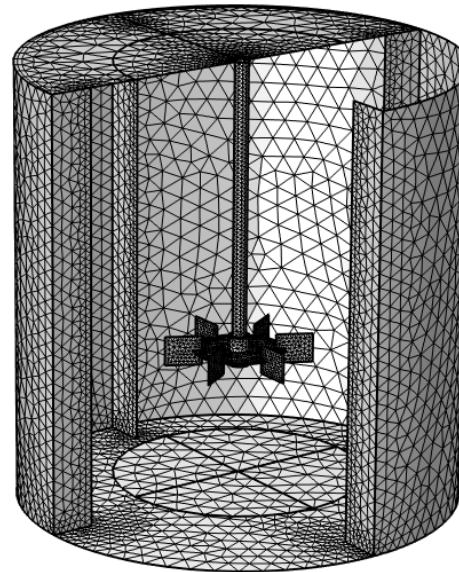
- 物理场控制网格
- 手动剖分网格
- 导入网格文件



燃气轮机的四面体网格

# 物理场控制网格剖分

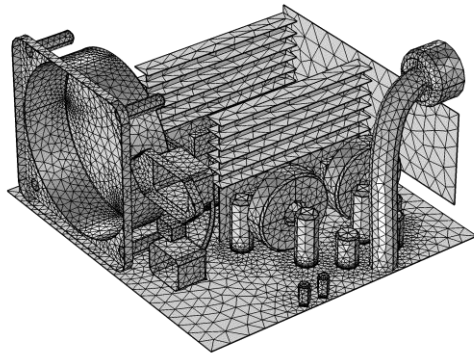
- 根据模型中的物理场设置自动生成网格
- 可校准为
  - 普通物理
  - 流体动力学
  - 传热
  - 等离子体
  - RF
  - 半导体
  - 结构力学



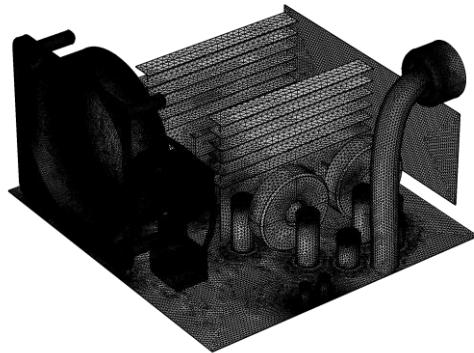
物理场控制网格划分用于平底挡板容器中的层流混合模型，其中带有使用搅拌器模块创建的 Rushton 涡轮机

# 物理场控制网格剖分

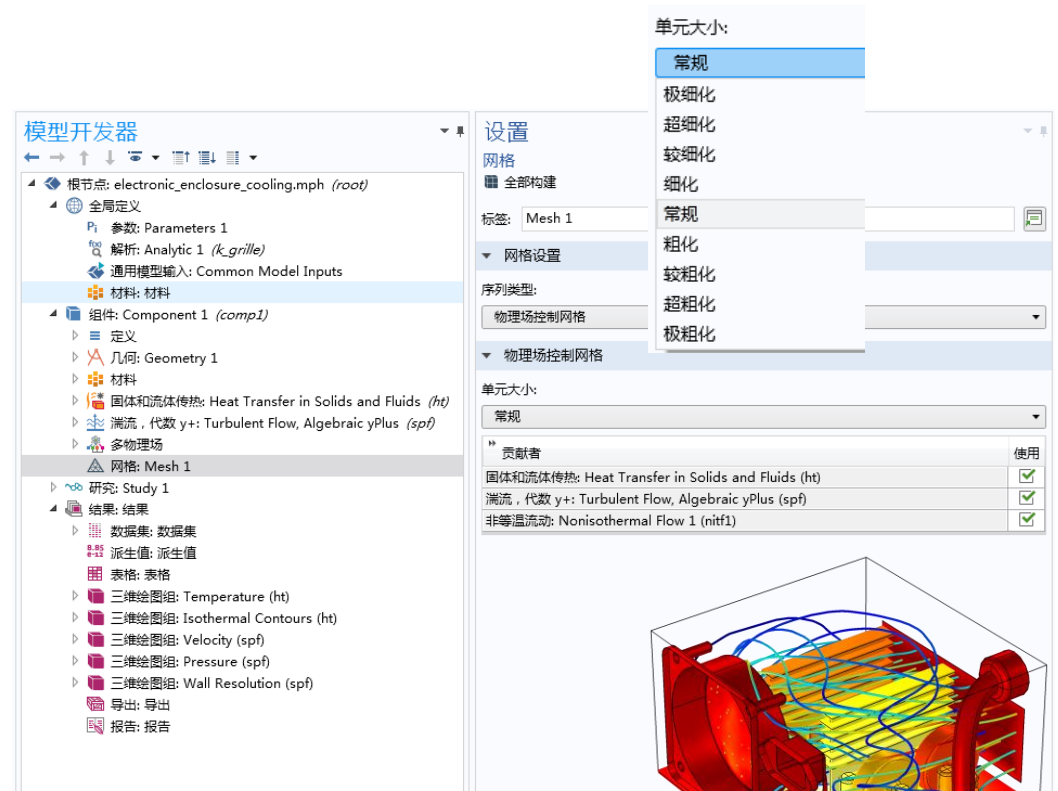
- 选择依托于何种物理场进行物理场控制网格剖分
- 预置有九个网格尺寸
  - 极细化 ~ 极粗化
- 可作为手动网格剖分的出发点
  - 编辑物理场引导的序列



较粗化网格剖分的封闭电器  
机箱几何



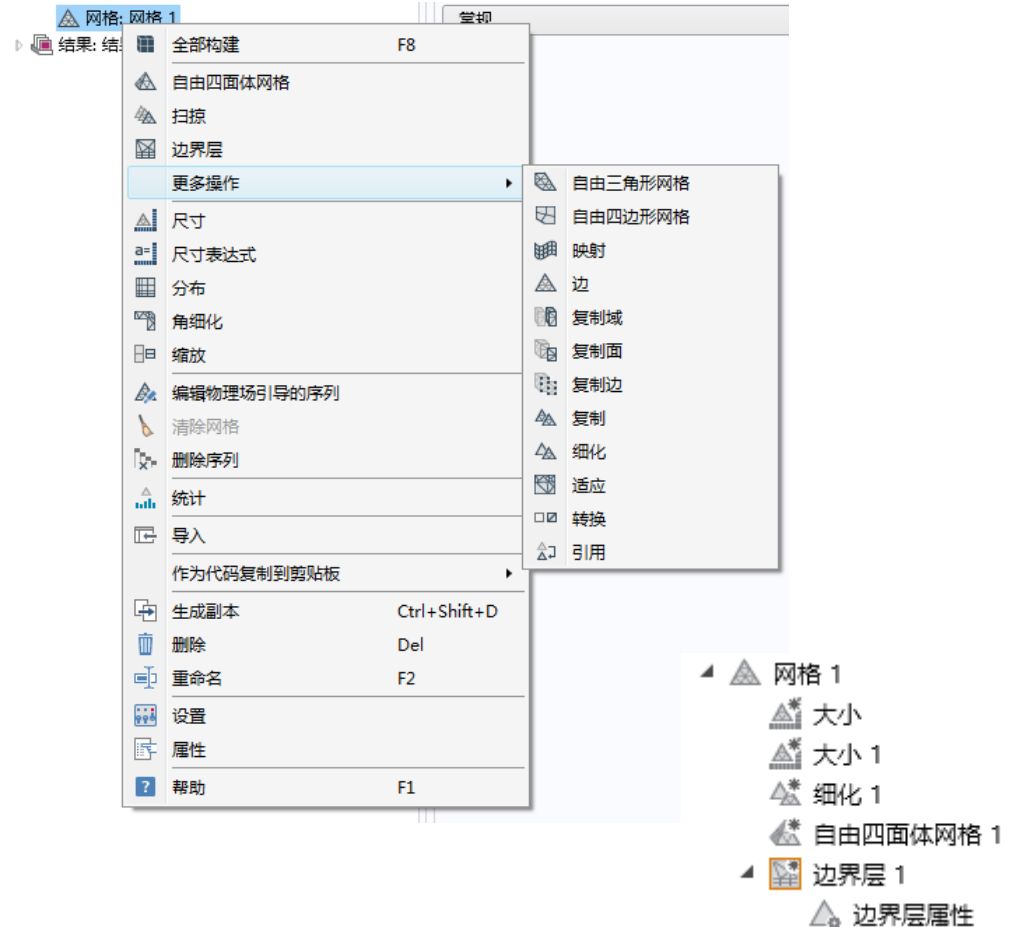
超细化网格剖分的封闭电器  
机箱几何



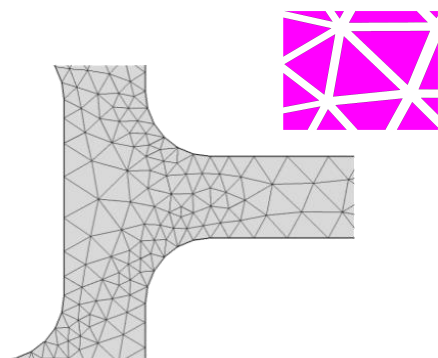
三个物理接口可用于为这种电子外壳冷却模型  
生成的网格

# 用户控制网格剖分

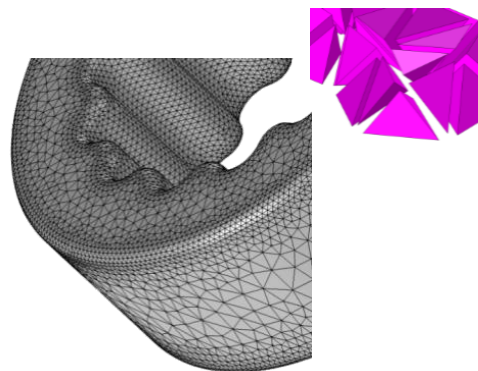
- 手动添加网格操作
- 网格操作均保存在网格剖分指令序列中
- 同一模型中可保存多个网格剖分指令序列
- 预置或手动控制网格尺寸
- 可对网格操作使用参数化设置
- 几何参数化扫描时可自动重新生成网格



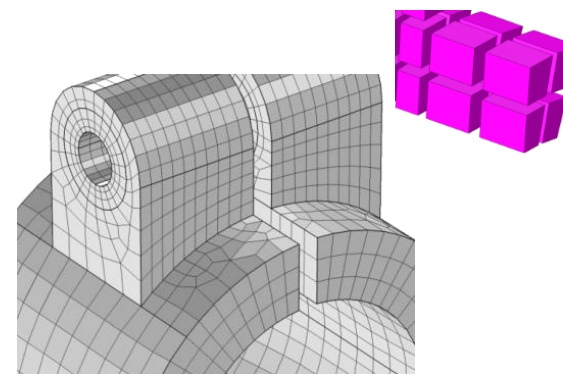
# 网格单元类型



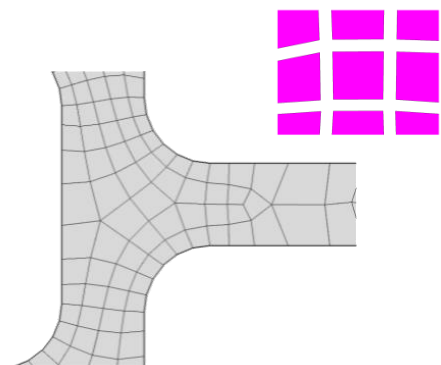
三角形



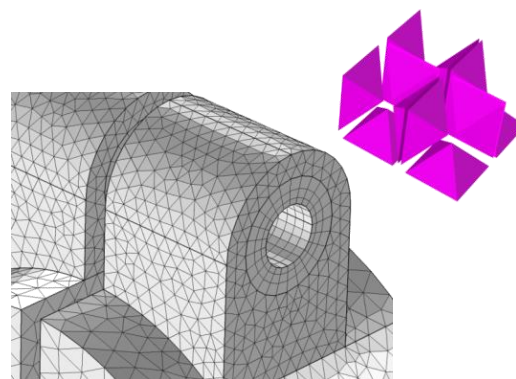
四面体



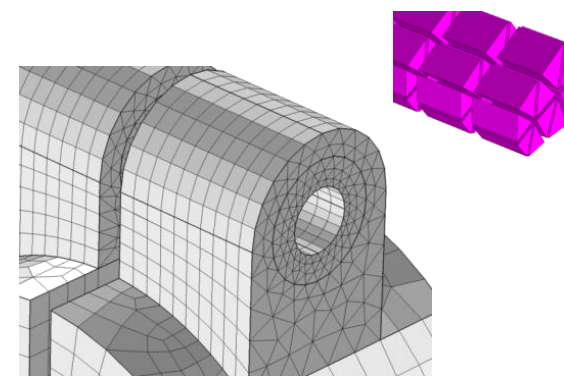
六面体



四边形



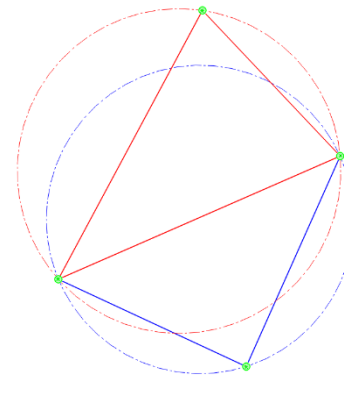
锥体



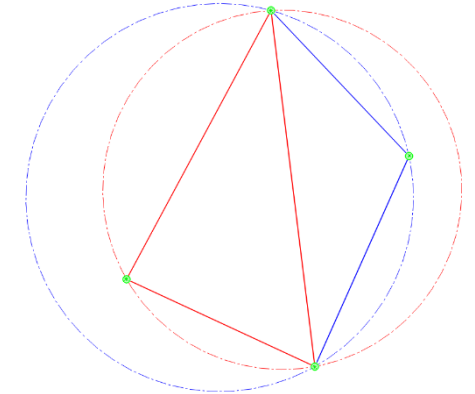
三棱柱

# 非结构化网格：自由剖分网格

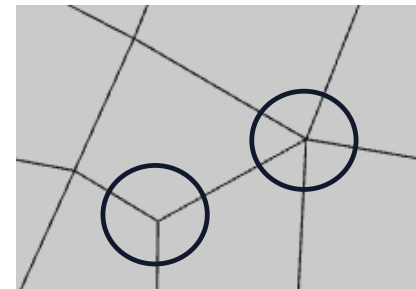
- 生成三角形，四边形或者四面体网格
- 最通用的网格（对几何没有任何要求）
- 通过自动或手动选择 Delaunay 和前沿三角形网格剖分方法保证鲁棒性
- 非结构化网格的内部格点可以被任何数目的网格公用



Delauney 三角形网格

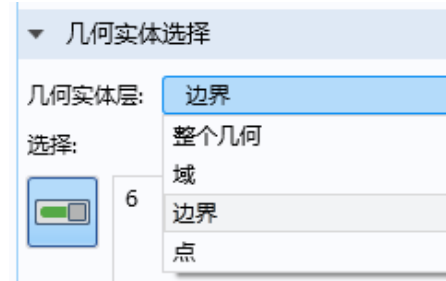
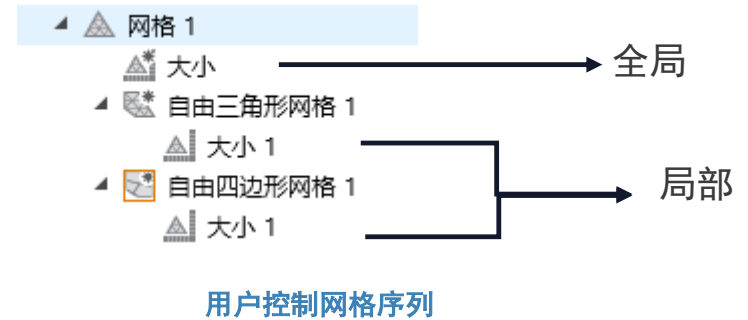


非 Delauney 三角形单元



# 网格大小

- 使用大小节点控制选定几何实体上的网格单元大小
- 全局大小节点定义网格序列下面所有网格操作的大小参数
- 局部大小节点只对上一级网格操作有效
- 预制九个等级也可自定义网格大小
- 可控制各个实体层次



指定网格大小的几何实体层次

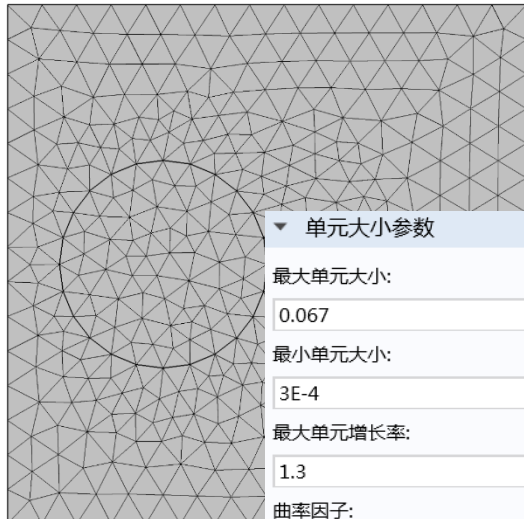
# 自定义网格大小参数

- 最大网格单元大小 ( $\geq$  最小网格单元大小)
  - 允许的最大网格单元大小
- 最小网格单元大小 ( $\leq$  最大网格单元大小)
  - 允许的最小网格单元大小
- 最大单元增长率 ( $\geq 1$ )
  - 单元大小从小的单元过渡到大的单元时的最大增长率
- 曲率因子 ( $\geq 0$ )
  - 边界单元大小与几何边界曲率之比
  - 最大单元大小 = 曲率半径  $\times$  曲率因子
  - 值越小沿弯曲边界的网格越精细
- 狭窄区域解析度 ( $\geq 0$ )
  - 控制狭窄区域的网格层数
  - 值小于 1 可能得到各向异性的网格

The screenshot shows the '设置' (Settings) panel for a mesh size parameter. The panel is titled '设置' and has a sub-section '尺寸' (Size). Below this, there are two checkboxes: '构建选定对象' (Build selected objects) and '全部构建' (Build all). A text field labeled '标签:' (Label) contains the value '尺寸'. The main section is titled '单元尺寸' (Element size) and contains several settings:

- '校准为:' (Calibrate to): A dropdown menu set to '流体动力学' (Fluid dynamics).
- Radio buttons for '预定义' (Predefined) and '定制' (Custom), with '定制' selected.
- A sub-section '单元尺寸参数' (Element size parameters) containing:
  - '最大单元尺寸:' (Maximum element size): A text field with the value '0.108' and a unit 'm'.
  - '最小单元尺寸:' (Minimum element size): A text field with the value '0.0048' and a unit 'm'.
  - '最大单元增长率:' (Maximum element growth rate): A text field with the value '1.15'.
  - '曲率因子:' (Curvature factor): A text field with the value '0.3'.
  - '狭窄区域分辨率:' (Narrow region resolution): A text field with the value '1'.

# 网格大小参数举例



▼ 单元大小参数

最大单元大小:  
0.067 m

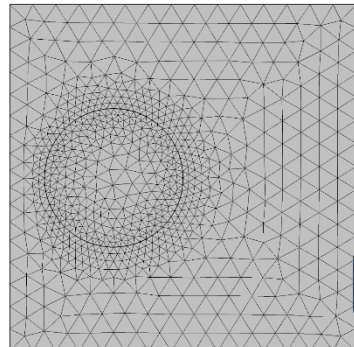
最小单元大小:  
3E-4 m

最大单元增长率:  
1.3

曲率因子:  
0.3

狭窄区域分辨率:  
1

默认的单元大小参数



▼ 单元大小参数

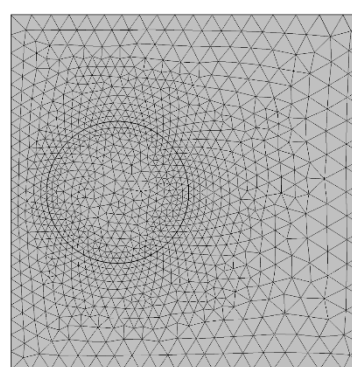
最大单元大小:  
0.067 m

最小单元大小:  
3E-4 m

最大单元增长率:  
1.3

曲率因子:  
0.1

狭窄区域分辨率:  
1



▼ 单元大小参数

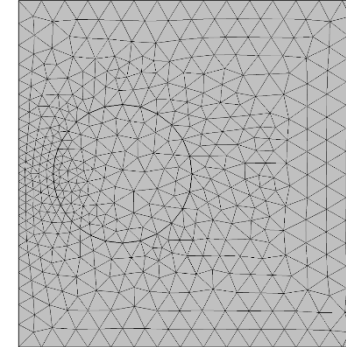
最大单元大小:  
0.067 m

最小单元大小:  
3E-4 m

最大单元增长率:  
1.1

曲率因子:  
0.1

狭窄区域分辨率:  
1



▼ 单元大小参数

最大单元大小:  
0.067 m

最小单元大小:  
3E-4 m

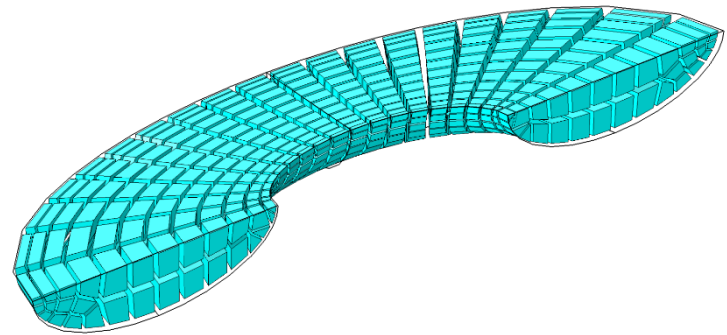
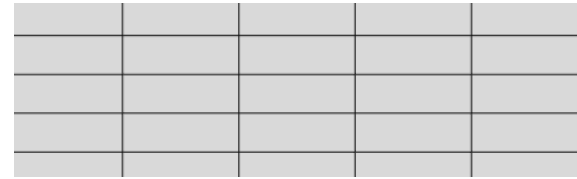
最大单元增长率:  
1.3

曲率因子:  
0.3

狭窄区域分辨率:  
6

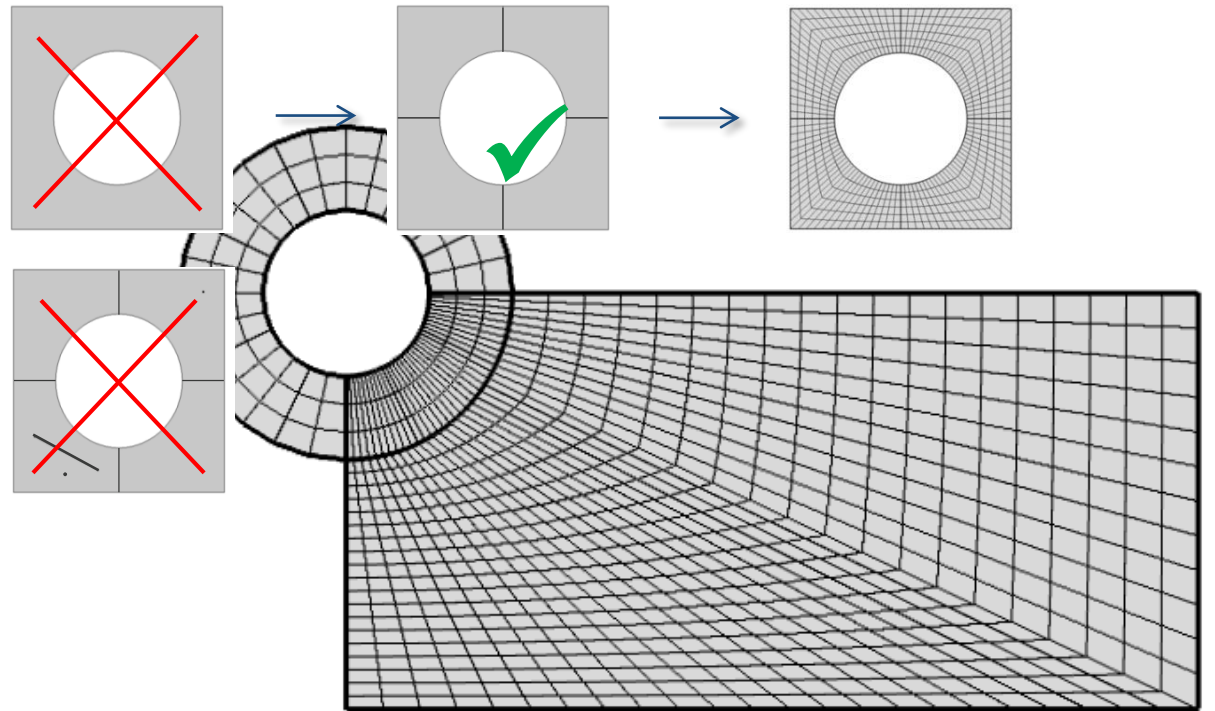
# 结构化网格

- 结构化网格中的格点由相同的网格单元共用
- 2D
  - 映射操作得到四边形网格单元
  - 通过转换操作，四边形网格单元中插入对角线得到结构化的三角形网格
- 3D
  - 扫掠操作得到结构化（至少沿扫掠方向）的棱柱或者六面体网格单元



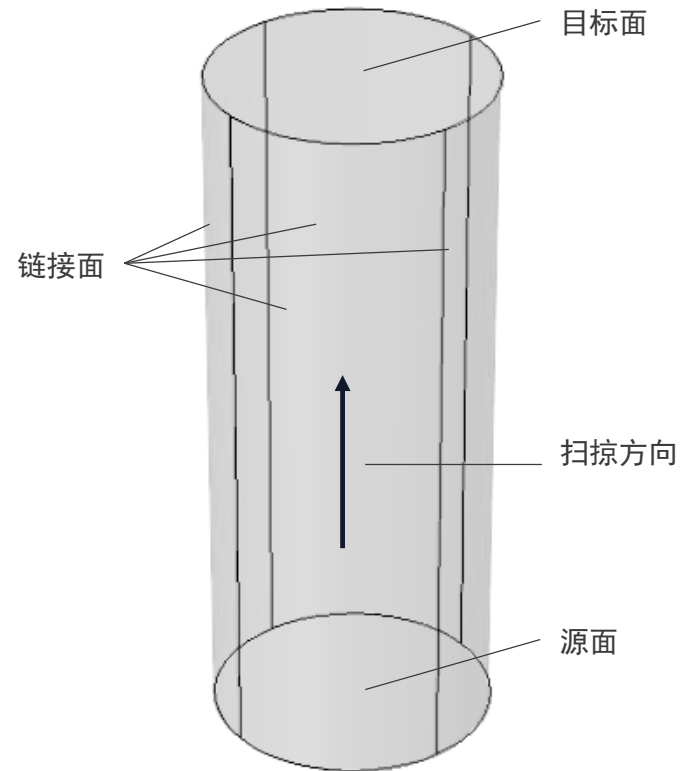
# 映射网格

- 四边形网格单元
- 2D 或 3D 中的面
- 得到规则的结构化网格
- 要求相对规则的几何
- 通过几何拆分（添加辅助面或边等）



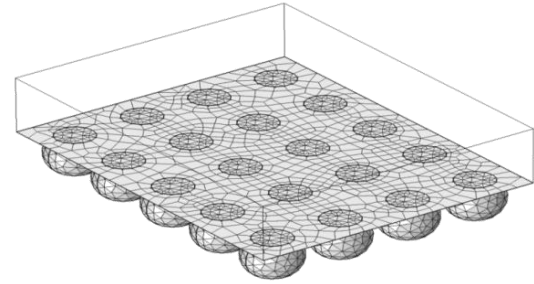
# 扫掠网格

- 先在 3D 域的边界面上进行网格剖分，然后沿着某个路径进行扫掠直到另一个目标面完成对整个域的剖分
- 在扫掠方向是结构化网格，而在垂直扫掠方向可以是结构化或非结构化网格
- 通常软件自动确定源面和目标面
- 若没有已经剖分完成的源面，那么软件自动生成四边形或者三角形网格

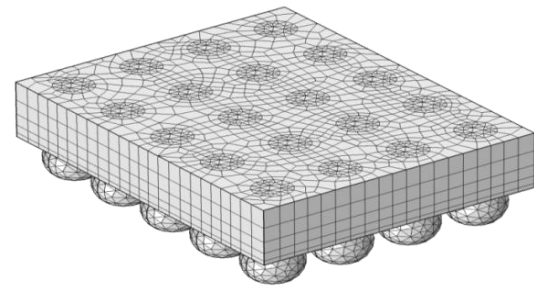


# 扫掠网格

- 可以从包含  $N$  个面的源端扫掠到包含  $M$  个面的目标端，其中  $N \geq M$
- 自动检测源和目标面，以及多个域的扫掠顺序
- 在扫掠方向上控制单元分布
- 在端面上支持三角形、四边形和混合网格
- 通过以下操作准备实现扫掠的几何
  - 使用虚拟几何操作隐藏几何特征
  - 使用几何操作分割求解域



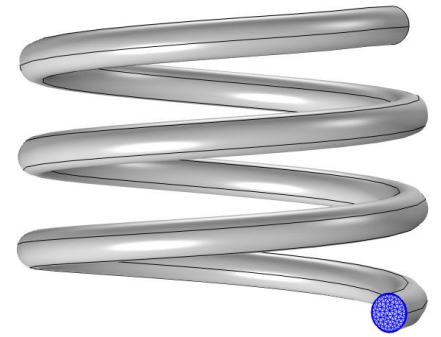
源面是由四边形网格和三角形网格构成的混合网格



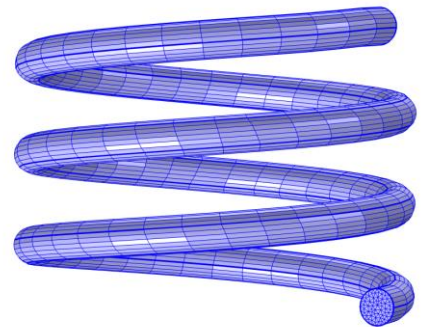
扫掠网格由棱形和六面体网格构成

# 扫掠网格和分布

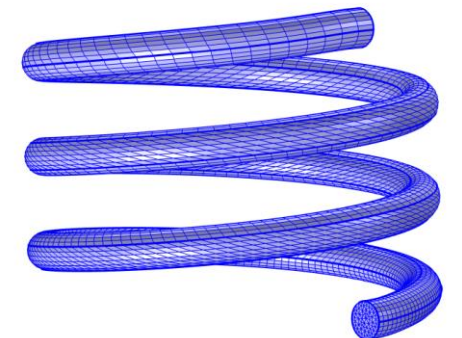
- 建议先手动剖分源面网格
  - 无需再指定源、目标面和扫掠方法
- 通过分布控制扫掠方向网格分布
  - 固定单元数
  - 预定义分布
  - 显式



源面上剖分三角形网格

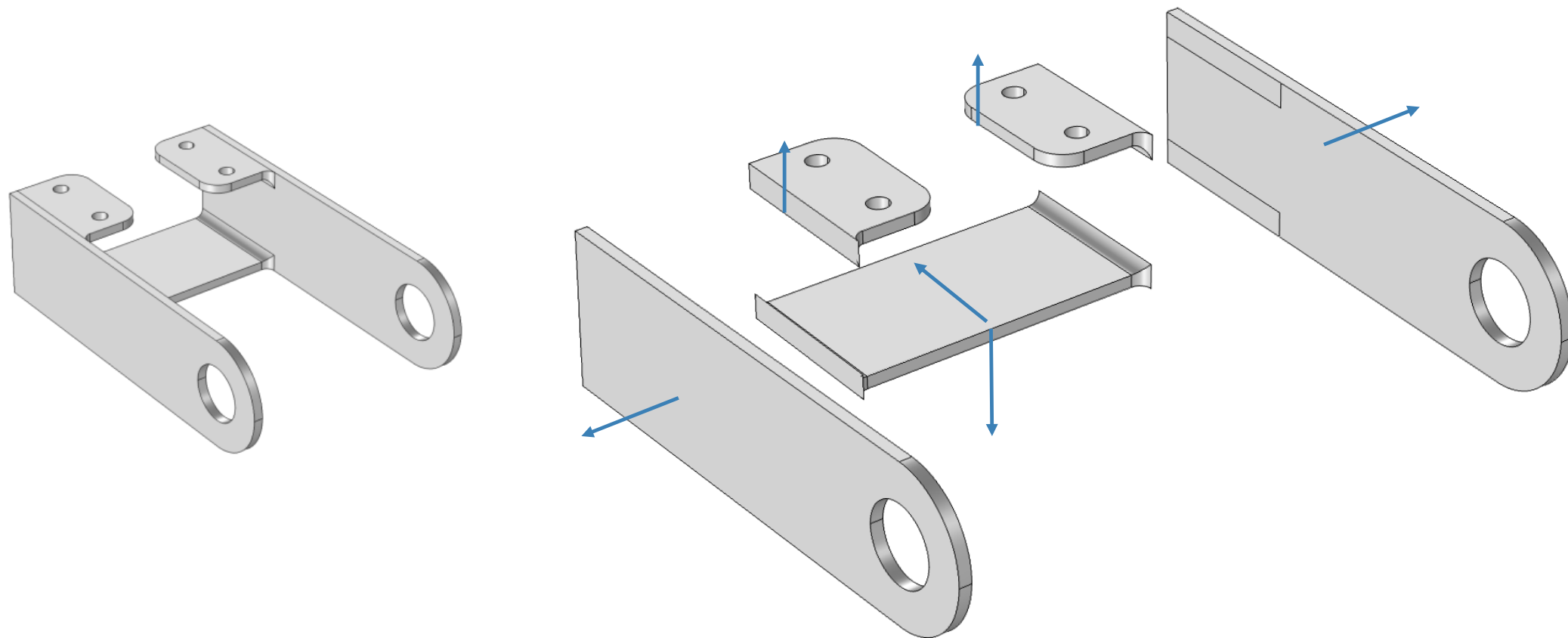


固定单元数的扫掠网格



采用等差数列分布的扫掠网格

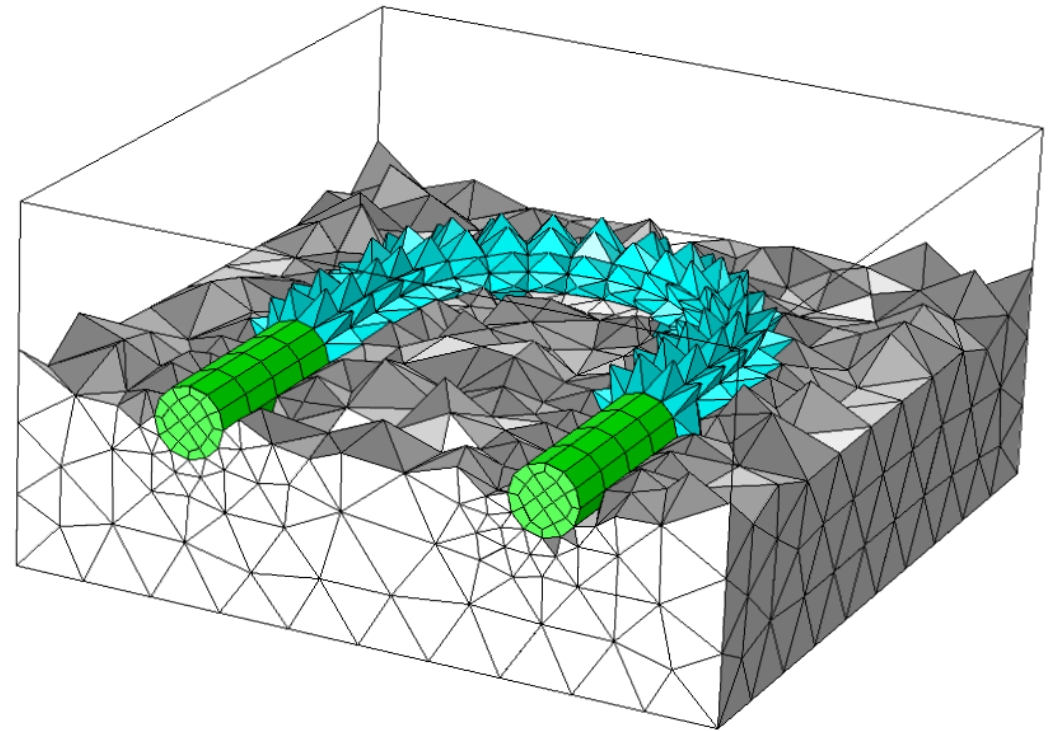
# 扫掠网格演示



箭头显示将支架分解后可能的扫掠方向

# 混合网格单元类型

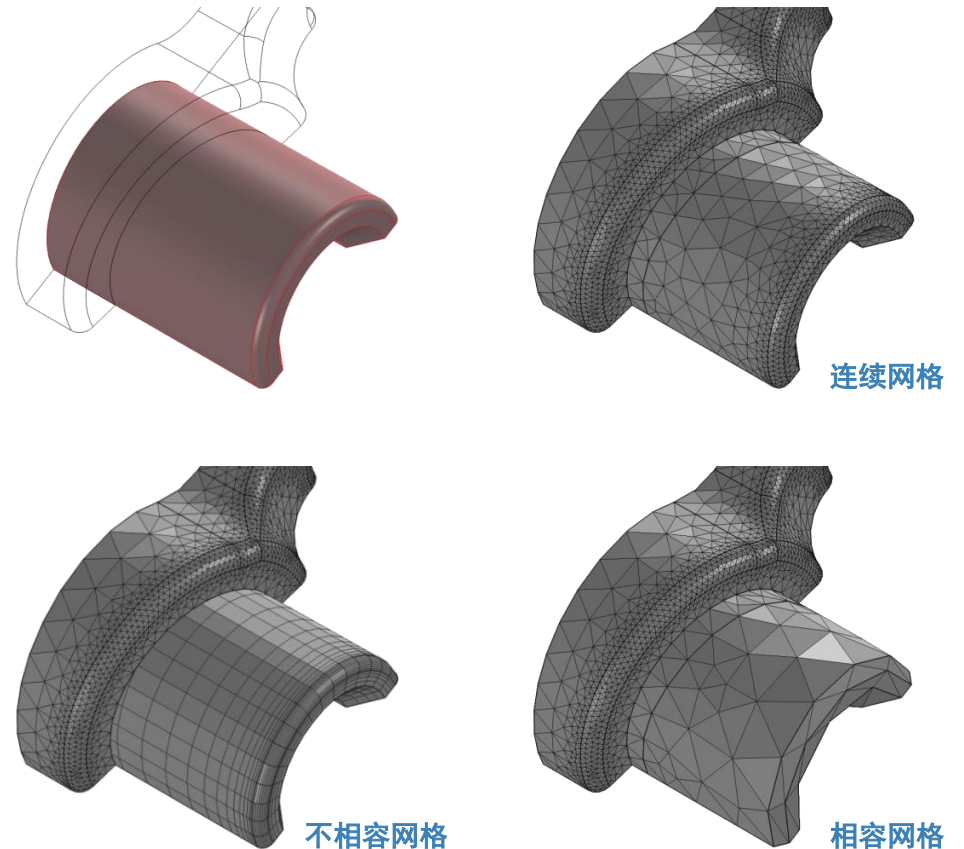
- 用于使用扫掠和自由四面体单元的网格序列，将扫掠网格和四面体单元连接起来
- 在扫掠的六面体/棱柱单元与四面体单元之间自动插入一个金字塔单元层
- 金字塔单元将出现在应用了自由四面体网格操作的域中
- 注意有一些计算方法（例，自适应网格）只能用单一的网格（即，只有三角形和四面体网格单元）



沿环形分布的金字塔单元（蓝绿色）层来连接扫掠网格的六面体单元（绿色），并使用四面体单元（灰色）填充其余空间。）

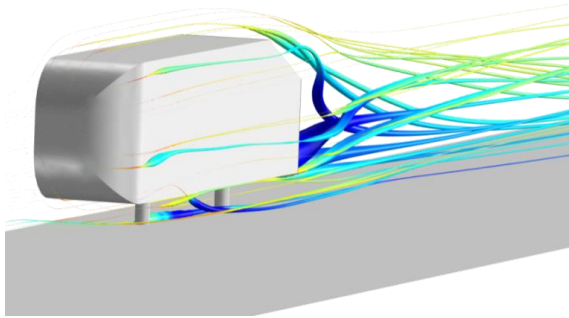
# 多个部件的网格剖分-装配体和联合体

- 联合体不同部件交界面网格节点公用，交界面处物理场变量和通量自动连续
- 装配体不同部件之间的网格完全独立
- 带印记的装配体，网格单元边界对齐，添加了约束方程近似强制场和通量的连续性

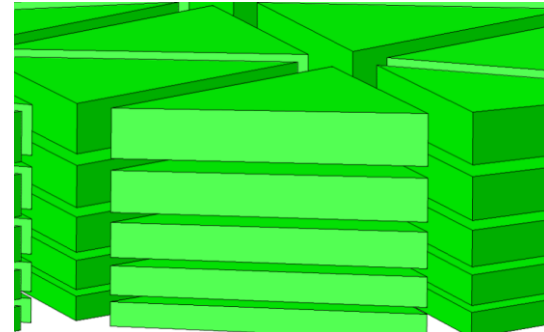


# 边界层网格

- 用途
  - 在流体流动应用中解析沿无滑移边界的边界层
  - 在传热应用中解析靠近加热表面的大温度梯度
  - 在低频电磁场中解析集肤效应
- 当模型中有流体流动应用时自动创建边界层网格



汽车状物体周围的湍流场基准模型



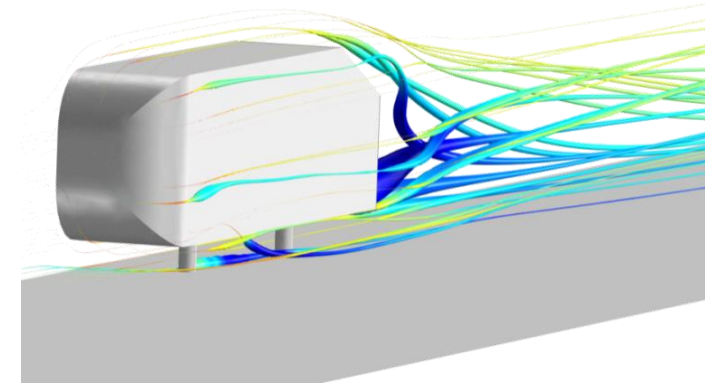
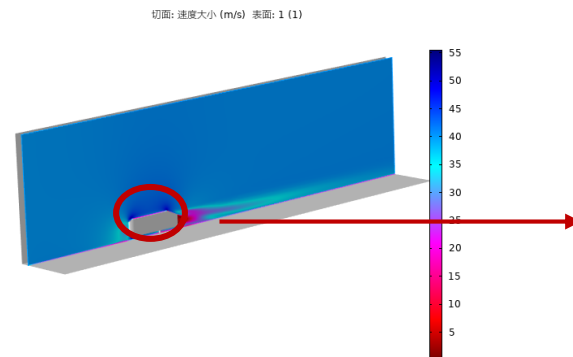
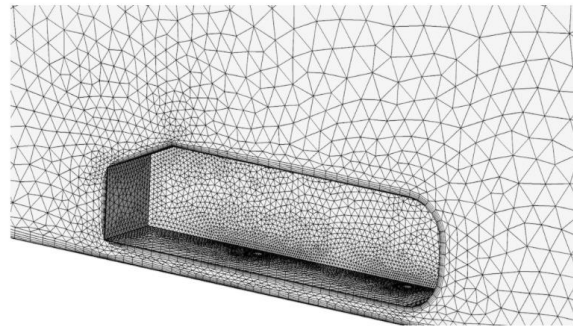
左侧模型边界层中的棱柱单元

# Ahmed 类车体上方的气流

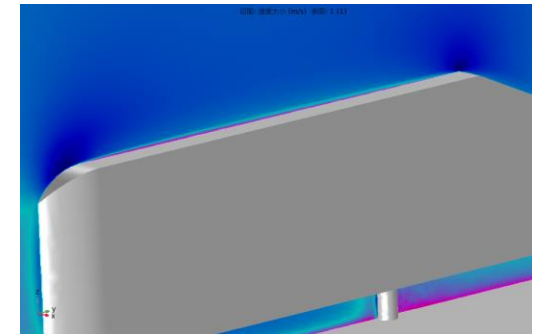
## ■ 车形结构周围的湍流流场

- 流体域的底部和 Ahmed 类车体的表面由壁函数描述
- 边界层网格添加搭配所有无滑移边界
- 边界层网格由高质量的三角形构建，网格质量高

## ■ 在模型中有流体流动时自动创建边界层网格



类汽车物体周围湍流场的基准模型



Ahmed 类车体上方的气流

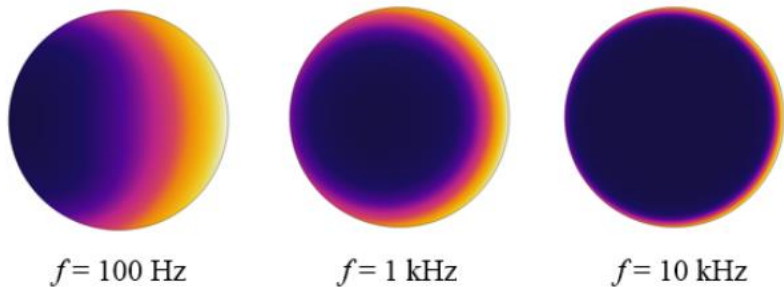
# 边界层网格解析集肤效应

## ■ 集肤效应

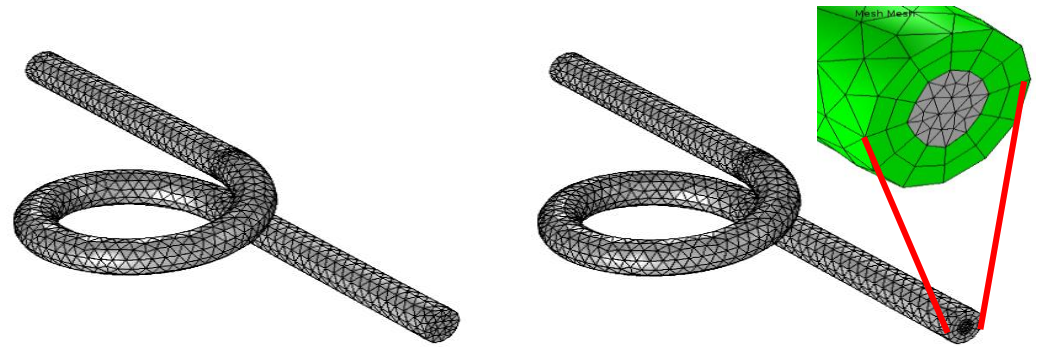
— 感应电流产生的磁场改变材料内部的电流分布，最终导致感应电流集总在有损材料的表面

## ■ 当集肤深度小于导体截面的一半时，可以考虑边界层网格

- 场在垂直于边界的方向剧烈变化
- 沿导体壁面剖分两层网格即可
- 每层网格厚度取集肤深度大小

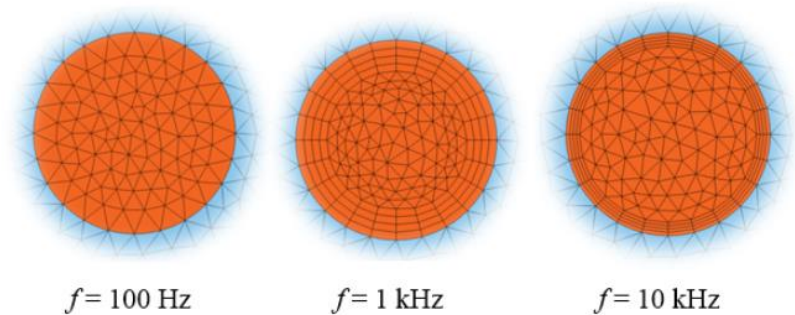


不同频率下线圈横截面的内部电流



在直流问题中默认采用自由四面体网格

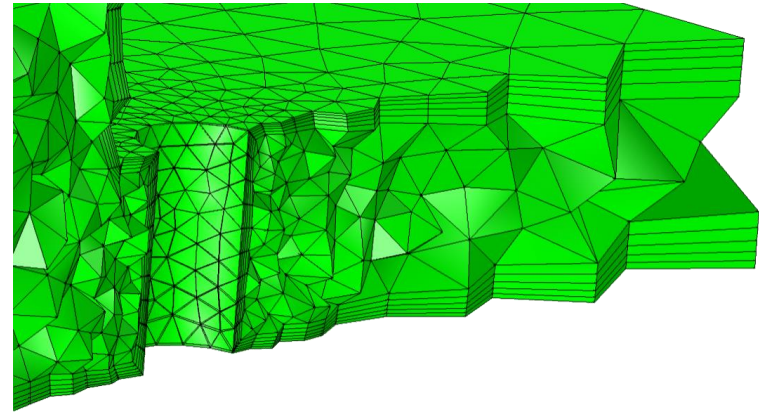
包含集肤效应的交变问题更适合采用边界层网格来解析，其中集肤深度小于导体截面尺寸



不同频率对应的导线网格

# 创建边界层网格

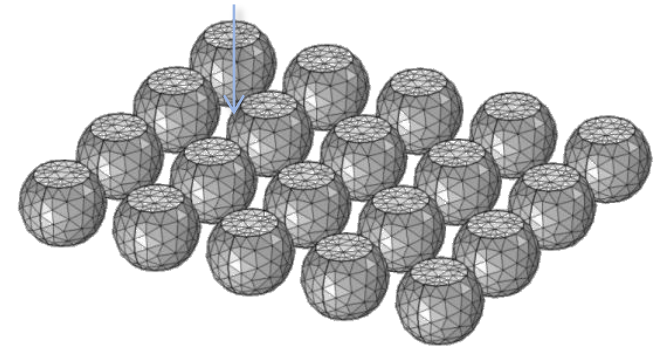
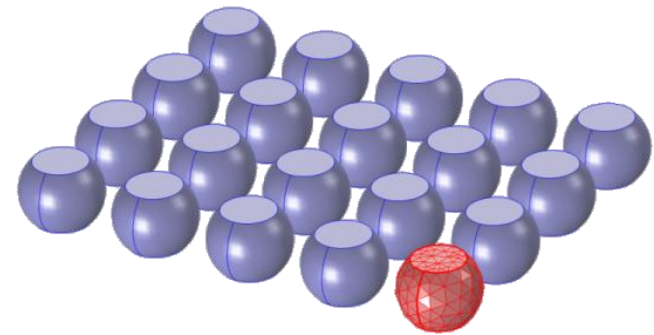
- 边界层网格包含
  - 二维层状四边形单元
  - 三维层状棱柱或六面体单元
- 自动检测和处理尖锐拐角
- 可以用于任意网格
- 可手动控制边界层属性
- 平滑过渡到内部网格
- 支持分离边界上的边界层



▼ 边界层属性	
边界层数:	<input type="text" value="8"/>
边界层拉伸因子:	<input type="text" value="1.2"/>
第一层厚度:	<input type="text" value="自动"/>
厚度调节因子:	<input type="text" value="1"/>

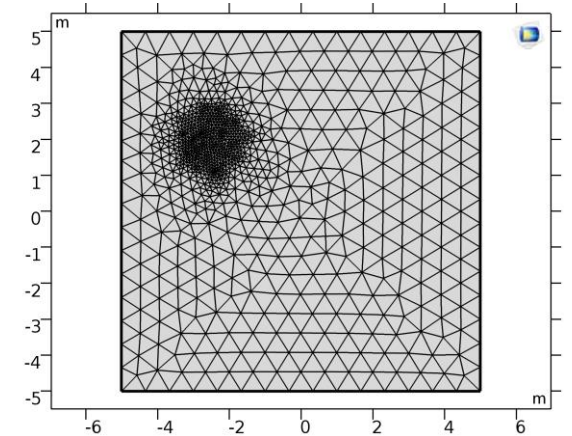
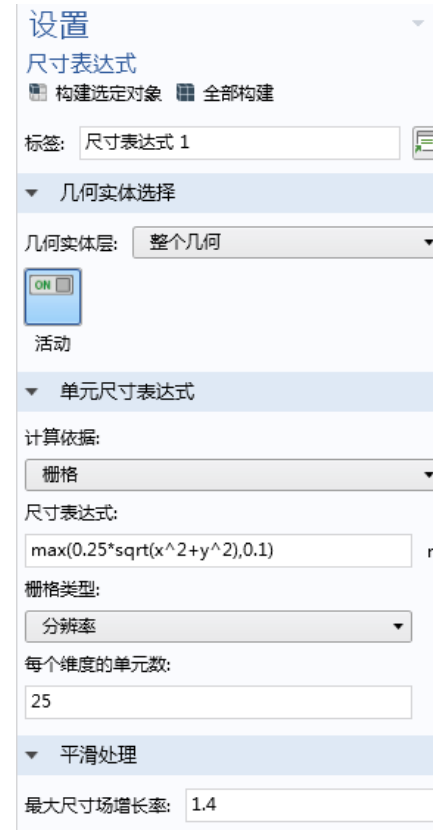
# 复制网格

- 用于高精度仿真需求中的周期性边界条件，例如：
  - 结构力学中的循环对称
  - 电磁波传播中的 Floquet 边界条件
- 可用于复制域，面和边网格
- 复制网格到另一个网格序列
- 将网格复制到更高空间维度的组件
- 自动根据源网格确定目标上的方向
- 支持复制多个目标
  - 大型周期性几何快速生成网格



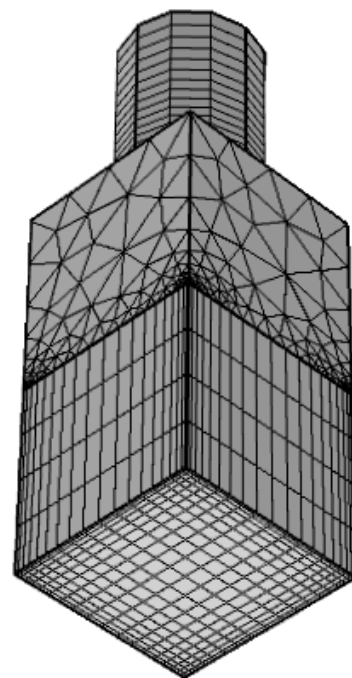
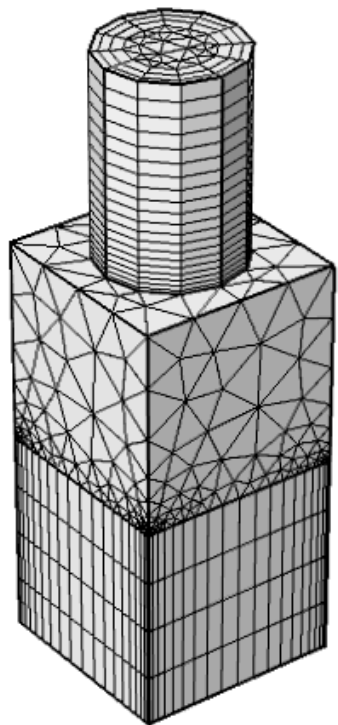
# 处理网格大小及分布

- 使用尺寸属性来控制选定几何实体的网格单元尺寸
- 使用尺寸表达式节点，利用表达式根据建模空间来变化单元尺寸
  - 表达式可基于参数、函数、材料和变量（包括通过物理场和通过解来定义的变量）来定义



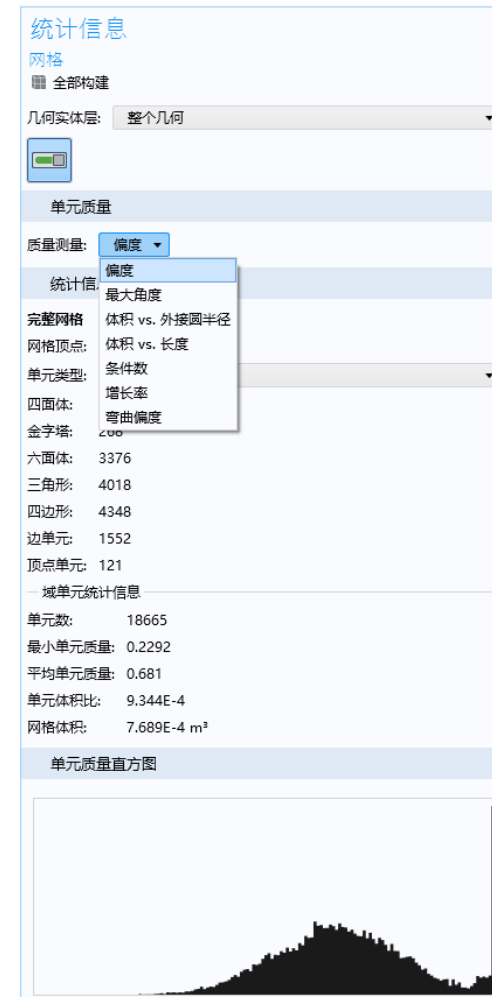
左边是基于空间坐标的表达式，右边是相应的网格

# 动手练习



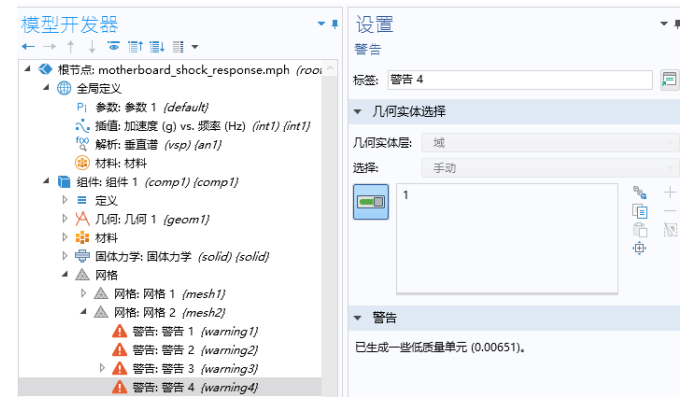
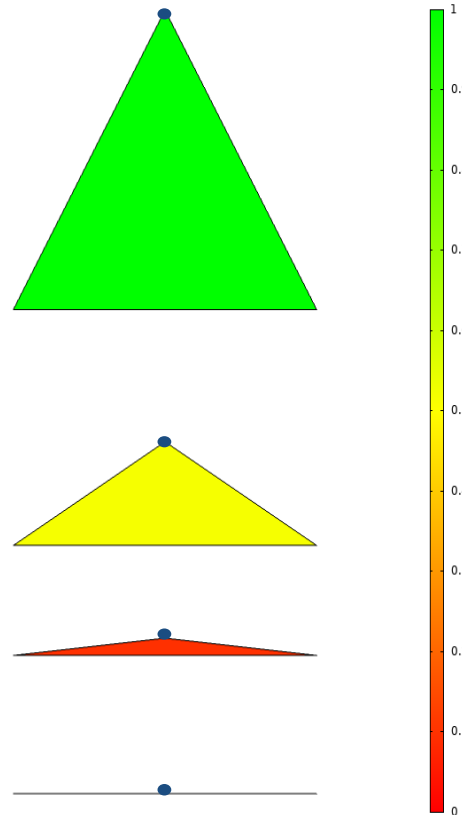
# 网格统计

- 对网格快速的概览
  - 几何、质量度量 and 单元类型的选择
  - 最小和平均单元质量
  - 单元质量直方图
- 可用的网格质量度量和相应的变量名
- [COMSOL 博客：如何检查 COMSOL Multiphysics® 中的网格](#)
- 视频： [Analyzing Meshes in COMSOL Multiphysics®](#)



# 网格质量

- 表征单元形状的整齐程度
  - 可能形成反转单元网格
- 低的单元分辨率
  - 可能导致不正确的结果
- 网格单元等边时，质量 = 1
- 介于 0 和 1 之间
  - $\min(q) > 0.3$  in 2D
  - $\min(q) > 0.1$  in 3D
- 网格质量低于 0.01，网格生成器会自动发出警告

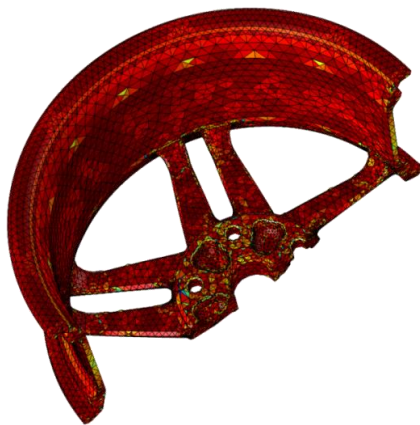
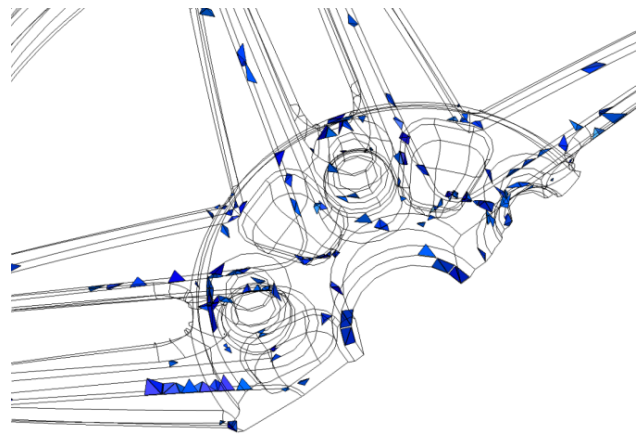


# 网格质量测量

- 可用的网格质量度量和相应的变量名
  - 偏斜度 (qualskewness)
  - 最大角度 (qualmaxangle)
  - 体积 vs. 外接圆半径 (qual)
  - 体积 vs. 长度 (qualvollength)
  - 条件数 (qualcondition)
  - 增长率 (qualgrowth)
  - 弯曲偏度 (qualcurvedskewness)

# 网格可视化

- 绘制网格有助于创建质量更好的网格
  - 分别绘制不同单元类型的网格
  - 根据质量给单元上色
  - 基于逻辑表达式显示单元
  - 收缩单元以达到更好视觉效果



设置

网格

绘制

标签: 网格 1

数据

数据集: 来自父项

标题

层

层: 体

单元类型: 全部

颜色

单元颜色: 质量

质量测量: 偏斜度

颜色表: Rainbow

颜色图例

颜色表反序

线框颜色: 黑色

单元过滤

启用过滤

准则: 最差质量

分数: 0.03

收缩单元

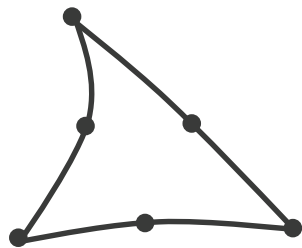
单元比例因子: 1

# 反转单元

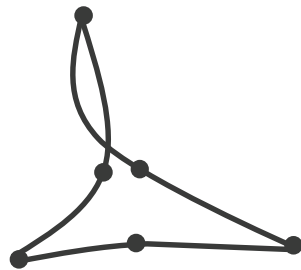
- 网格单元被由内而外包裹或者面积为 0(2D)/体积为 0(3D)
- 通常，求解的高阶单元容易产生反转
- 对网格反转网格单元进行可视化
  - 体绘图时，使用过滤器子节点的逻辑表达
    - $\text{redetjacmin} < 0$ ，如果有高阶网格（已经求解）
    - $\text{qual} < 0$ ，如果在绘制几何中得到反转单元，但还未求解
- 避免反转单元：
  - 对于反转单元，求解器自动降低几何离散化阶次为一阶
  - 使用 3D 扫掠网格而非自由剖分网格
  - 尽量避免小曲率边界例如圆角，除非该结构对结果影响非常大
  - 动网格引起，可以使用重新剖分网格功能

# 动网格

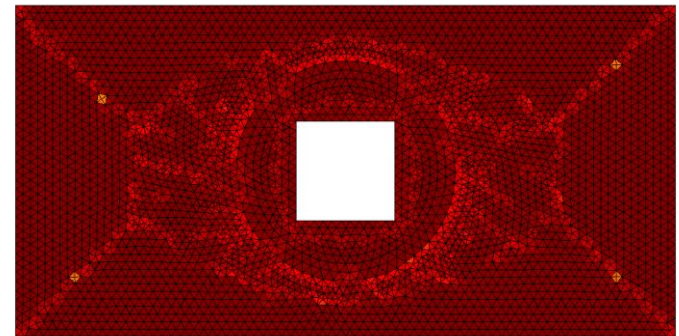
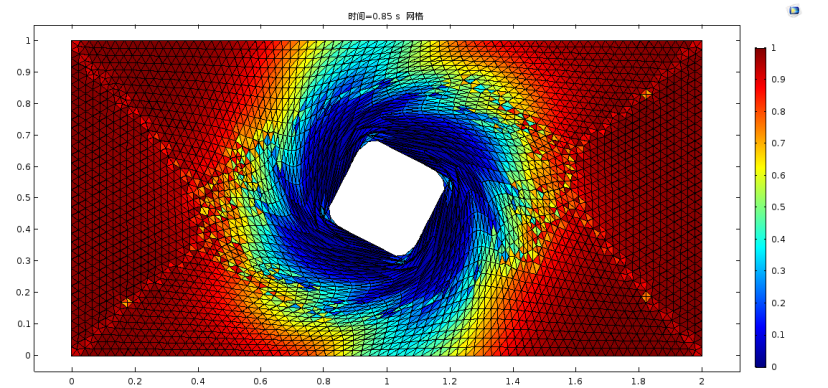
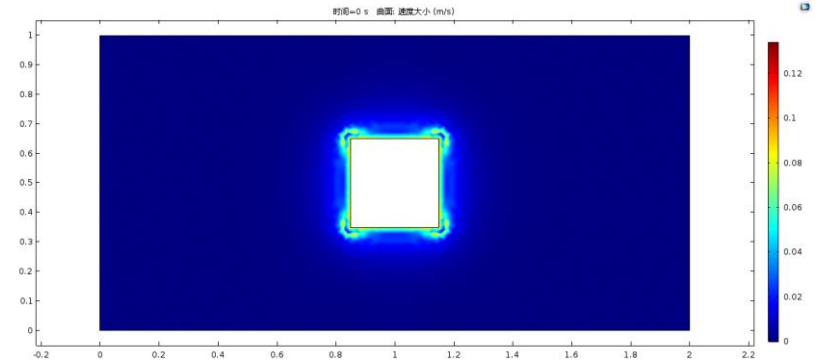
- 动网格（ALE）：描述求解区域的运动和变形等
- 大变形的问題，网格反转不可避免
- 形成装配体或者自动重新剖分网格是解决办法



a) 变形之前的网格单元

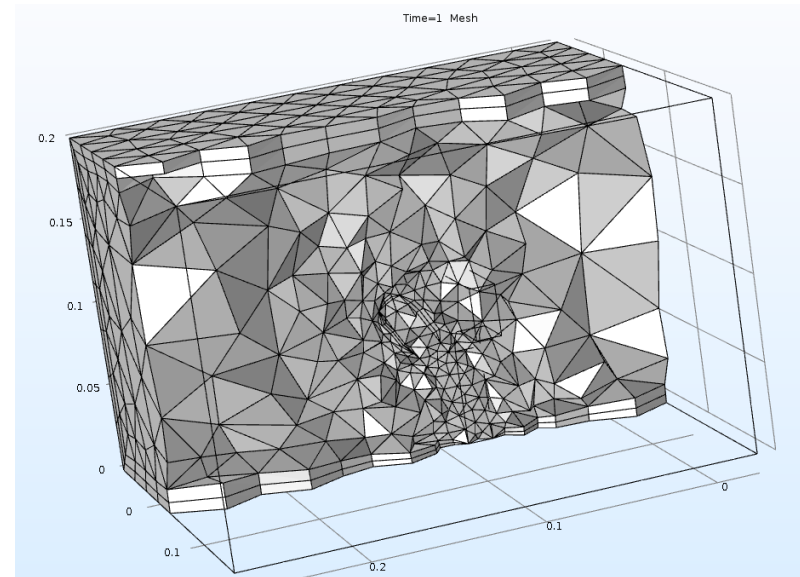
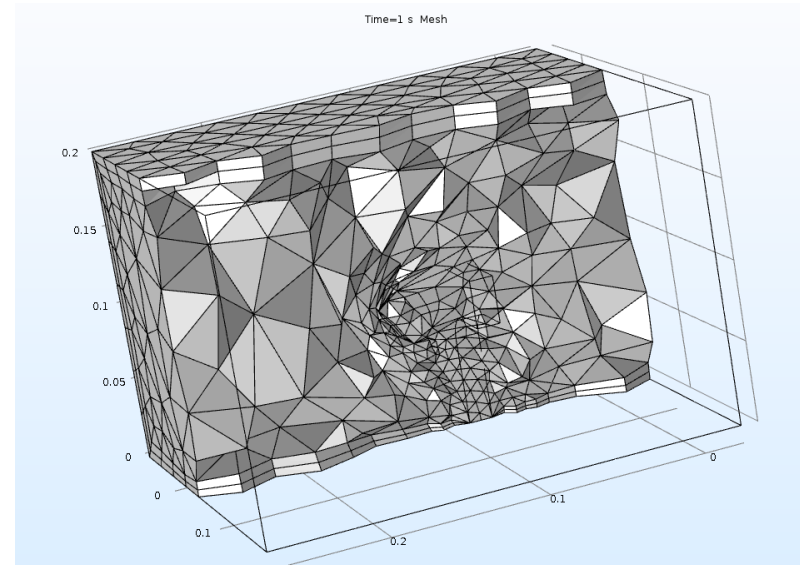
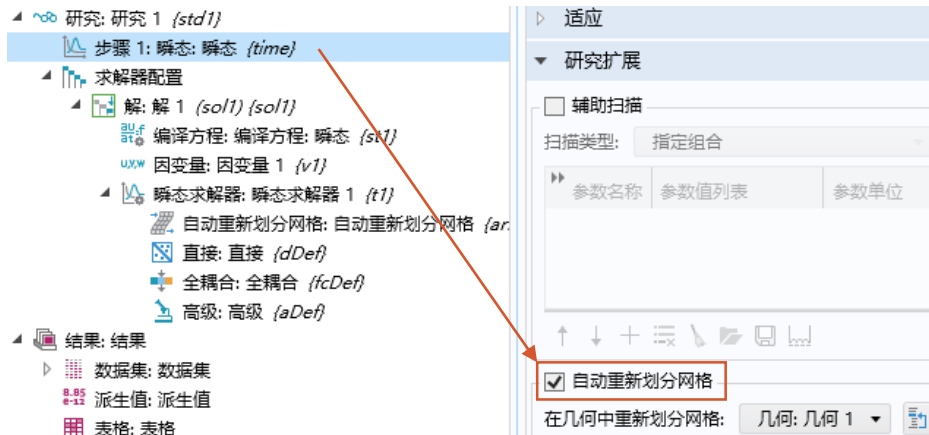


b) 变形之后的网格单元



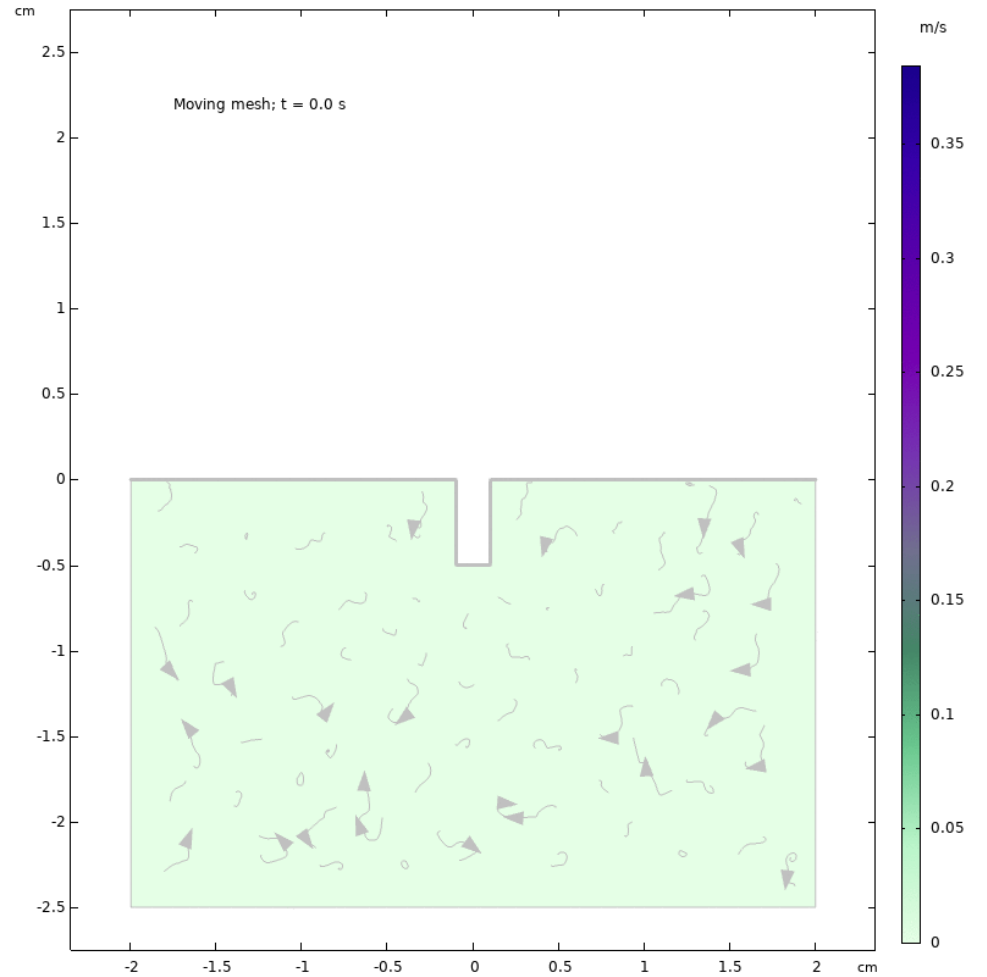
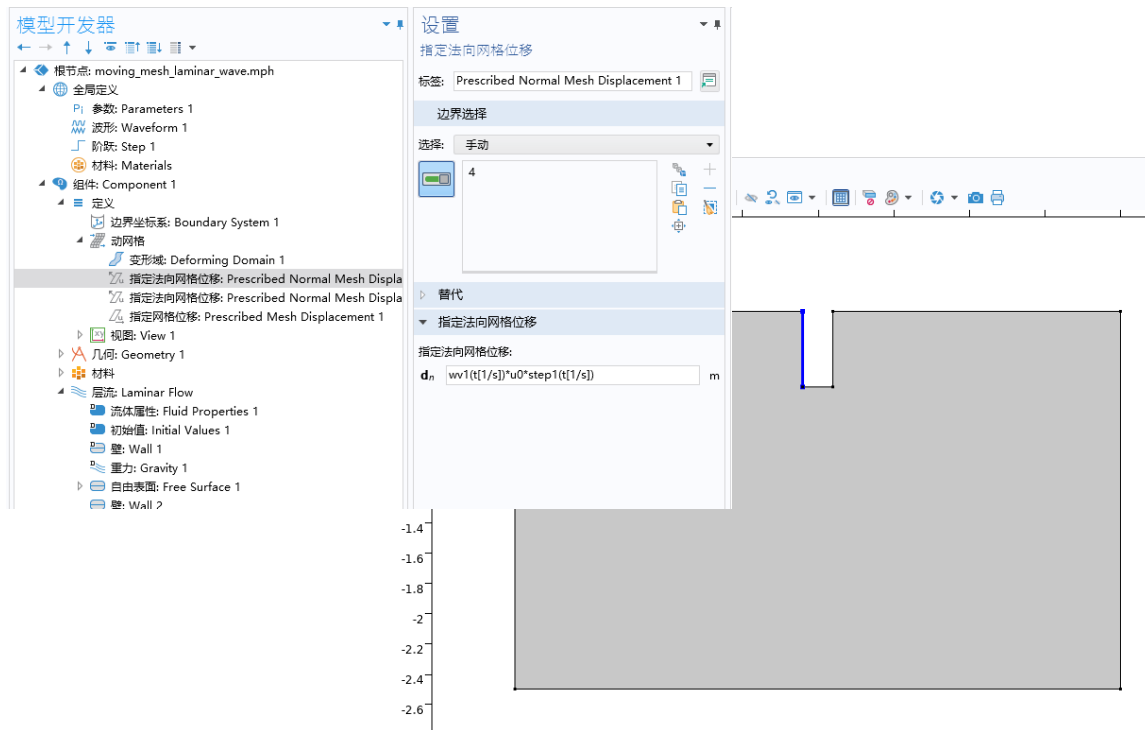
# 自动重新剖分网格

- 以网格质量等作为判断条件
- 导出重新划分网格的几何构型



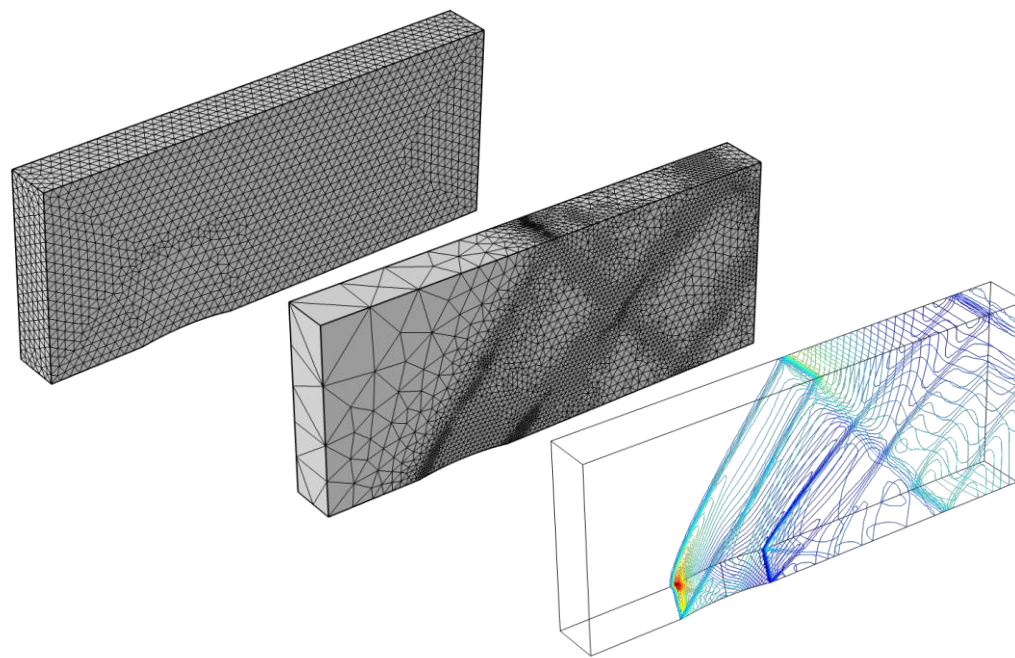
# 自由液体表面：移动网格

- 自由液体表面
- 指定（法向）网格位移



# 自适应网格细化

- 基于初始网格的解，通过与待求物理行为匹配的网格提高解的精度
- 求解器为了最小化误差，将根据误差判断通过以下方式组合修改网格
  - 细化网格
  - 粗化网格
  - 移动点
- 可用于稳态、特征值、特征频率或瞬态研究
- 可以通过添加大小表达式或网格序列来手动控制网格自适应



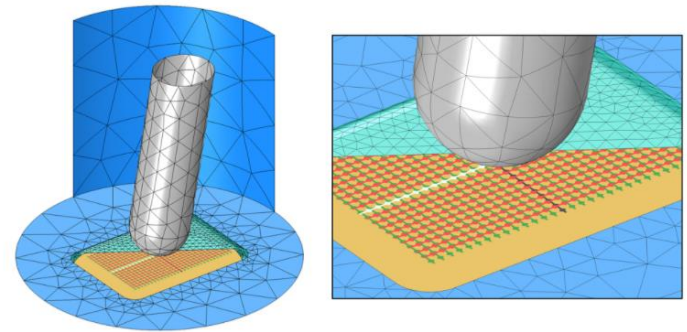
使用自适应网格建模超音速流动通过有障碍物的通道。  
中间的网格是左侧显示的起始网格的两个自适应步骤后的结果。  
右侧的压力等高线图说明了冲击的位置。

含凸起流道中的超音速流三维模型

# 自适应网格细化

- 获得足够精确的结果
- 软件自行决定需要细化网格的区域
- 极大提升了模型验证步骤的自动化程度

自由度 (百万)	所用内存 (GB)	求解时间, 不含网格重新剖分 (秒)	电容计算值的百分比差异
0.125 (缺省“标准”网格设定)	1.7	10	28%
0.6 (第一次自适应网格细化后)	2.2	20	6%
2.3 (第二次细化)	4.8	84	2%
7.7 (第三次细化)	14	711	0.6%
24.4 (第四次细化)	47	2,960	N/A



消费电子产品中的电容触屏仿真分析  
3.7GHz, 8核至强处理器, 64GB内存

# 自适应方法

## ■ 通用修改

- 单元可以细化
- 若网格太细，可以删除顶点以粗化网格
- 单元可以修改，网格顶点可以移动，以提高网格质量

## ■ 重新生成网格

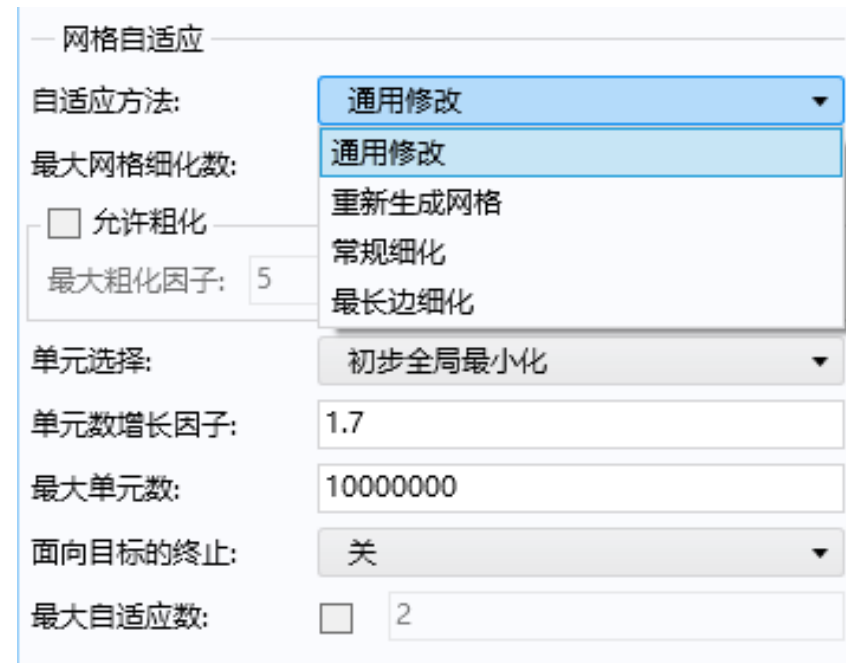
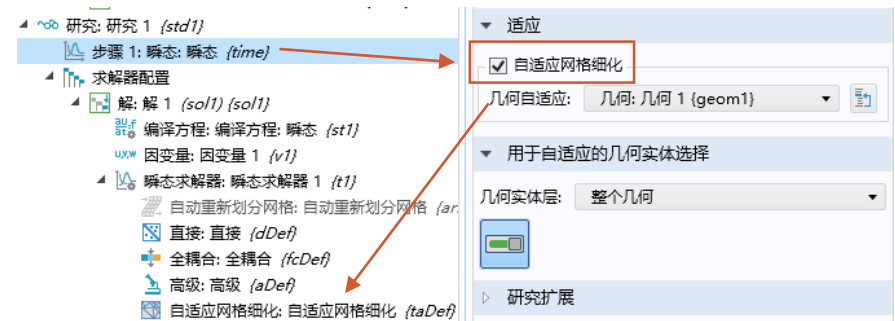
- 无法应用于结构化网格

## ■ 常规细化

- 细化网格

## ■ 最长边细化

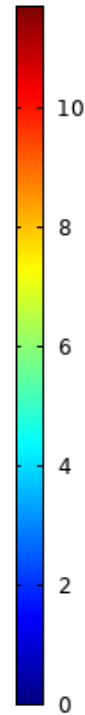
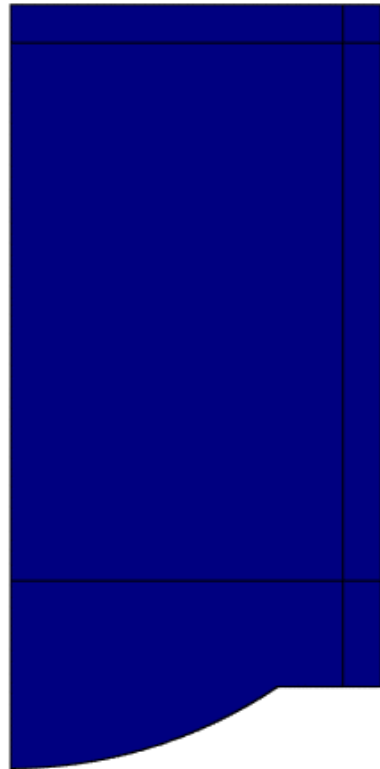
- 将长边一分为二，直至网格被充分细化
- 网格操作快，但会产生低质量网格单元



# 瞬态自适应网格细化

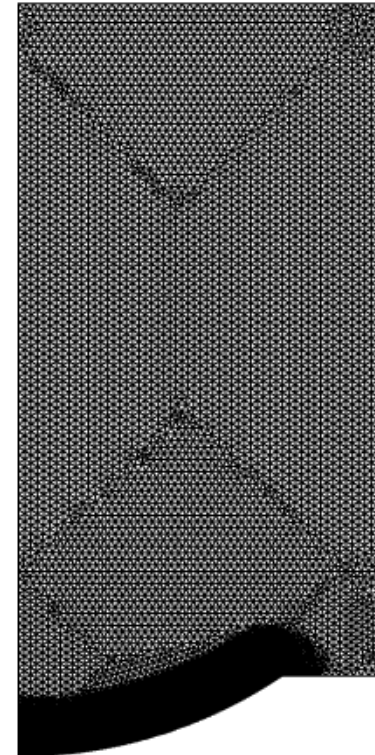
时间=0 s

表面: 声速大小 (m/s) 面上箭头: 总声速

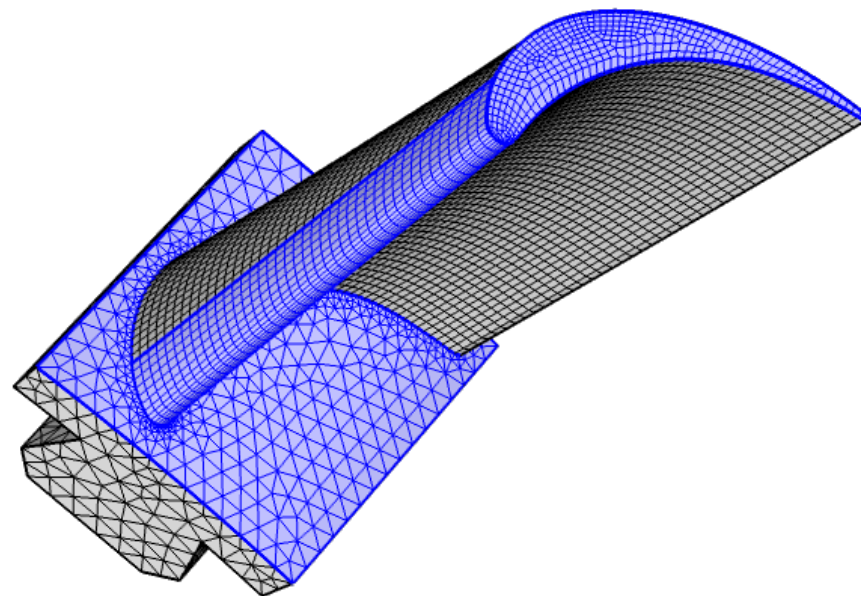
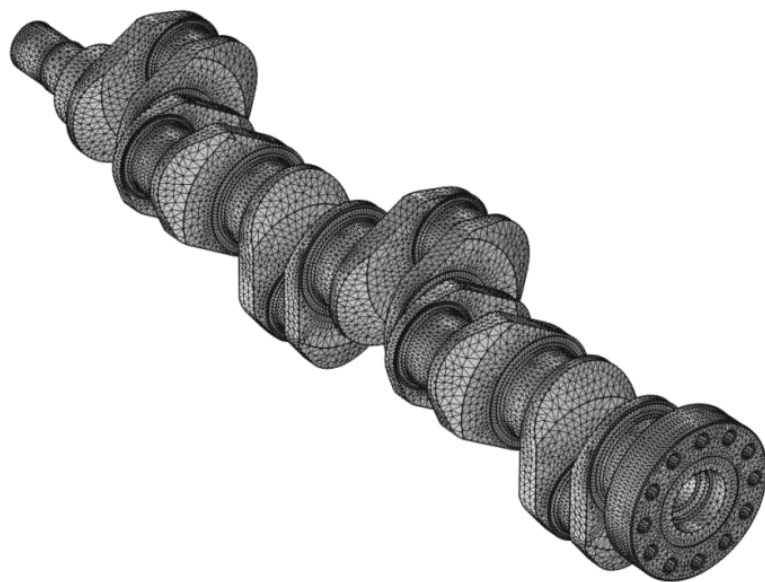


时间=0 s

表面: 声压 (Pa)



# 导入网格



# 支持的文件格式

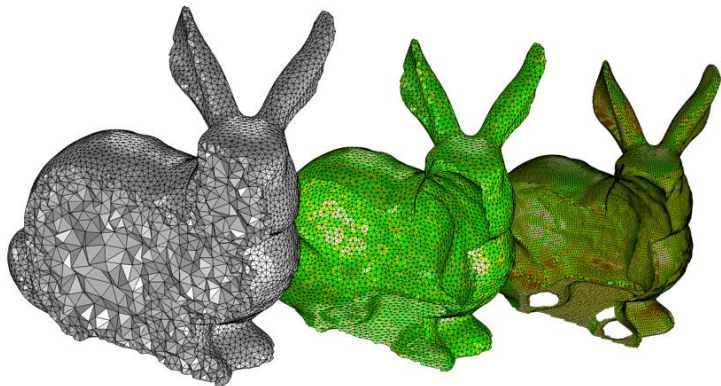
文件格式	扩展名	导入	导出
3MF	.3mf	是	是
NASTRAN®	.nas, .bdf, .nastran, .dat	是（包括 2D）	是（包括 2D）
PLY	.ply	是	是
STL	.stl	是	是
VRML, v1	.vrmf, .wrl	是	否

内部文件格式	扩展名	导入	导出
COMSOL 网格	.mphtxt, .mphbin	是（包括 2D）	是（包括 2D）
分段文件	.txt	是（包括 2D）	是（包括 2D）

# 比较：表面网格格式

## STL 和 VRML

- 每个网格节点在文件中都指定坐标点
  - 大量重复坐标
  - 使用容差来合并网格
- 可基于 STL 文件中的实体部分创建边界选择



## PLY 和 3MF

- 所有坐标点仅在文件中被指定一次
  - 更简洁的格式
  - 无需容差
- 支持颜色数据
  - 可从绘图中导出
- PLY 支持四边形单元
- 3MF 支持
  - 模型和表面类型的对象
    - 模型总是水密面网格
    - 网格中包含多个模型将形成装配边界
  - 在网格中重复同一个模型
  - 单位

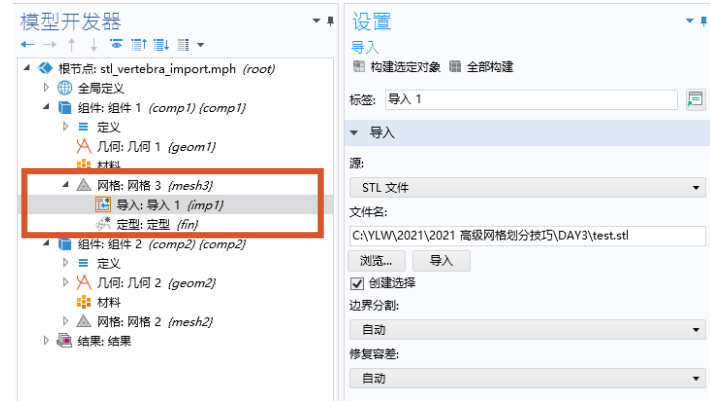
# 导入网格

## ■ 直接通过导入的曲面网格进行网格划分

- 无需创建几何
- 编辑、重构面网格
- 创建域
- 基于面网格创建体网格

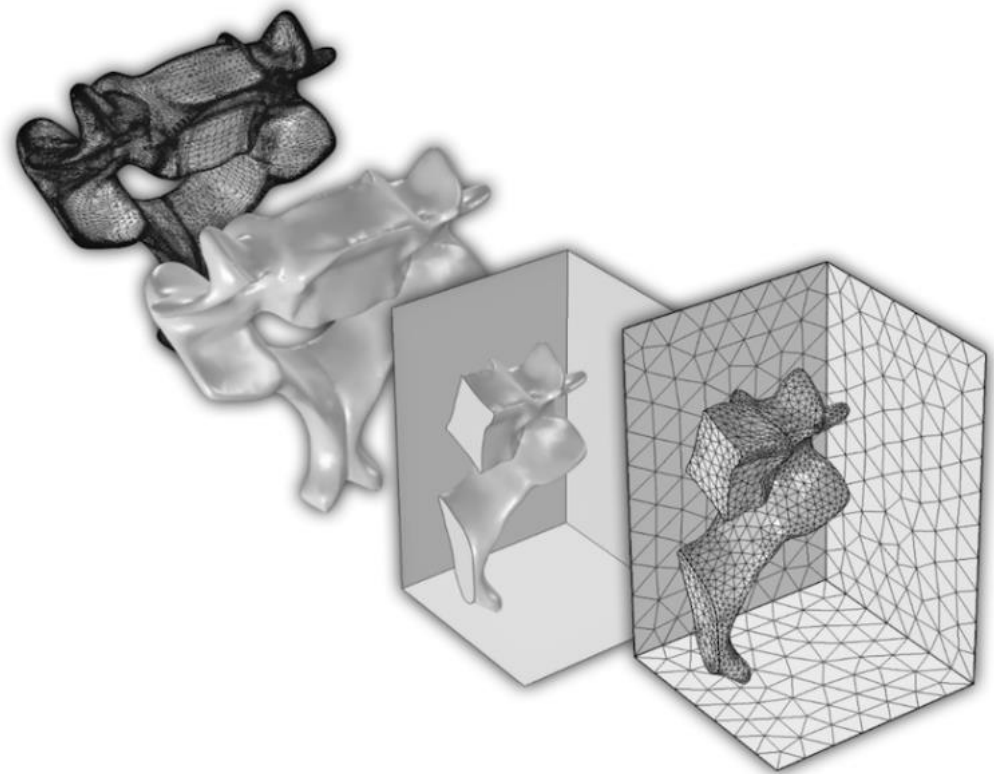
## ■ 通过网格创建几何

- 导入网格零件
- 创建几何，可进行几何操作
- 基于几何生成新的体网格



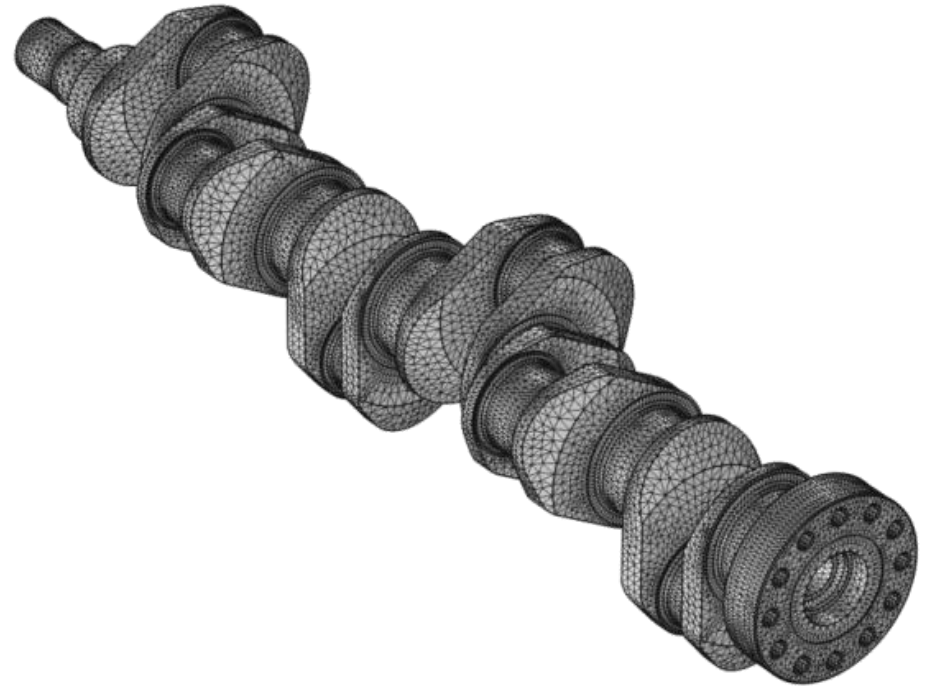
# 导入 STL 网格

- 3D 打印的标准文件格式之一
- 只能描述三维物体
- 表面网格
- 支持单个 STL 文件中包含多个对象



# 导入 Nastran (.nas) 网格

- 导入网格和材料
- 基于材料数据自动分割成域
- 基于单元类型自动分割成域
- 自动或手动控制边界分割的参数
- 导入平面网格作为二维网格
- 可基于文件中域和边界单元的属性 ID 生成选择



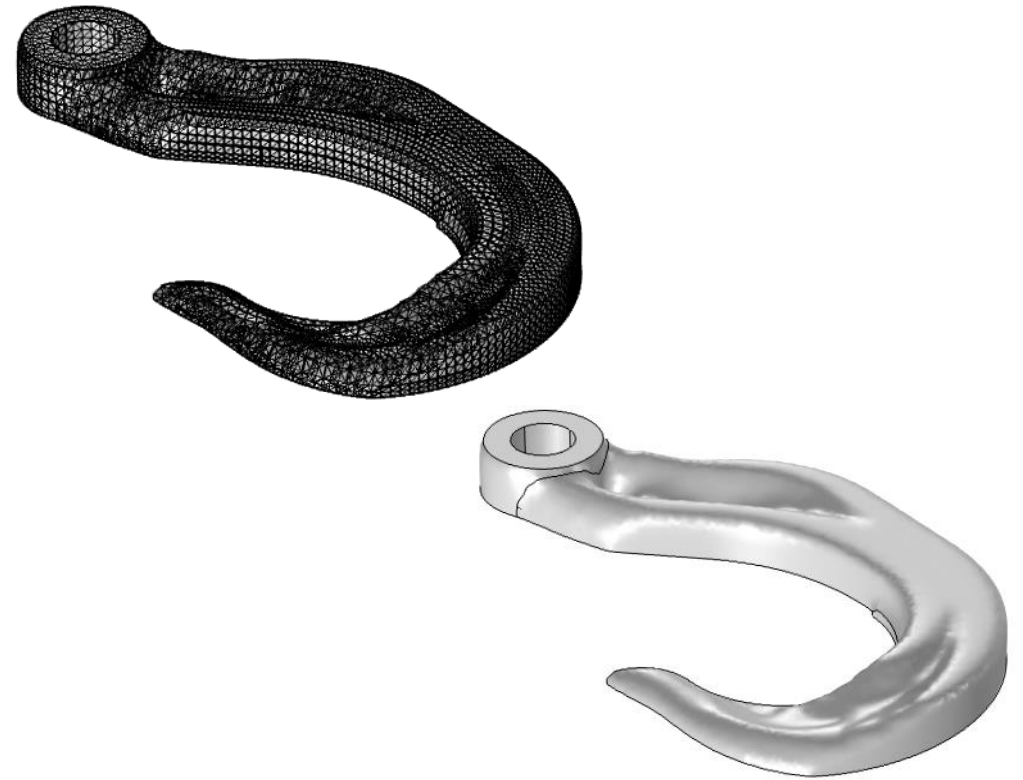
曲轴的 Nastran 导入网格

# 导入 COMSOL 网格

- .mphbin, .mphtxt 网格格式
  - 允许将单元分组为选择
- 基于 MRI 和扫描数据的网格上创建 COMSOL Multiphysics 模型
- 下列软件支持导出到 COMSOL 网格
  - Materialise 的 Mimics, 请查阅 [www.materialise.com](http://www.materialise.com)
  - Simpleware FE 模块, 请查阅 <https://www.synopsys.com/simpleware>

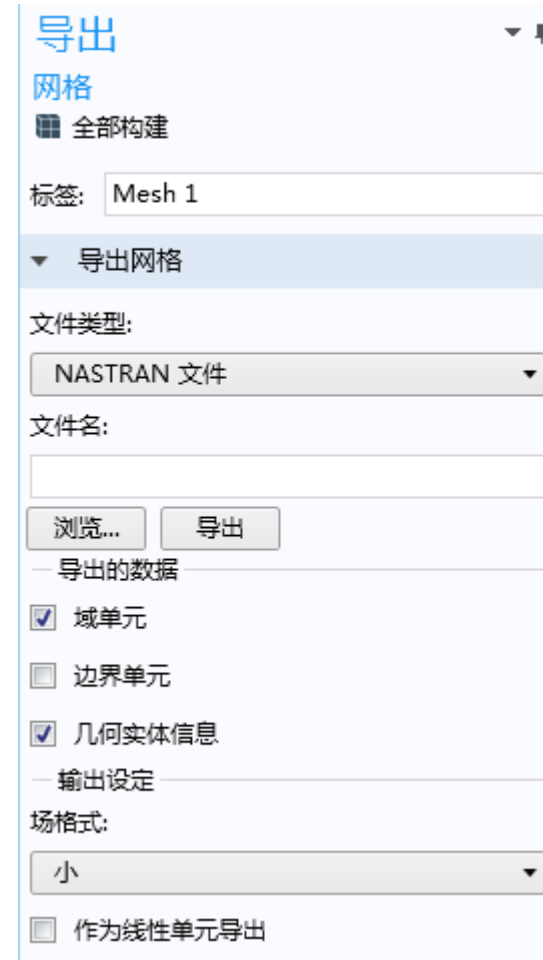
# 通过网格创建几何

- 将导入的网格创建成几何对象
- 自动简化和删除缺陷
- 使用几何操作来计算导入网格的体积，例如，用于流体流动或电磁场仿真



# Nastran 导出

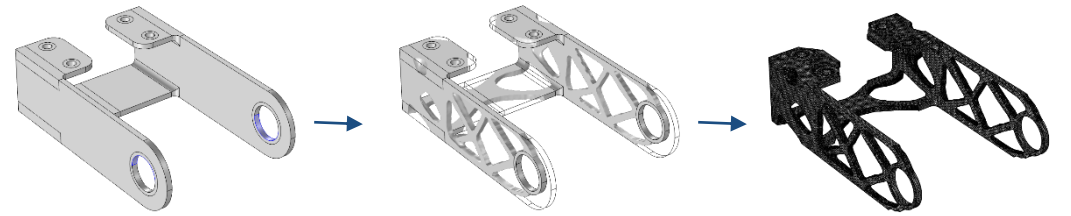
- 导出二维和三维网格
- 导出域和边界单元
- 包括几何实体 id，以及二阶单元信息



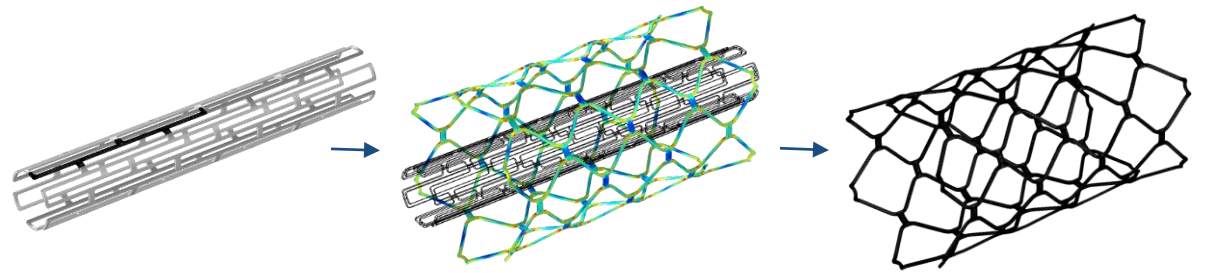
The screenshot shows the 'Export' (导出) dialog box in COMSOL. It is titled '网格' (Mesh) and shows '全部构建' (All built) selected. The '标签' (Label) field contains 'Mesh 1'. Under the '导出网格' (Export mesh) section, '文件类型' (File type) is set to 'NASTRAN 文件' (NASTRAN file). The '文件名' (File name) field is empty. There are '浏览...' (Browse...) and '导出' (Export) buttons. Below, under '导出的数据' (Exported data), the '域单元' (Domain elements) and '几何实体信息' (Geometric entity information) checkboxes are checked, while '边界单元' (Boundary elements) is unchecked. Under '输出设定' (Output settings), the '场格式' (Field format) is set to '小' (Small), and the '作为线性单元导出' (Export as linear elements) checkbox is unchecked.

# 3MF、PLY 及 STL 导出

- 基于导出的 3MF、PLY 和 STL 表面网格，进行 3D 打印、在 CAD 软件中创建或修改设计
- 支持导出：
  - 网格
  - 变形网格
  - 结果绘图的可视化网格
  - 结果绘图的色彩信息（3MF 和 PLY 格式）
  - 基于数据集过滤后几何子集创建的网格
  - 三角形表面网格用于几何可视化（仅 STL 格式）



支架几何的拓扑优化。优化后，根据材料体积因子的绘图（如右图所示）导出为 STL 格式。



医用支架的大应变塑性仿真。中间的绘图显示了变形几何上的 von Mises 应力结果，并将变形的几何导出为 STL 格式。