声明：© 2021, COMSOL Co. Ltd. 本课程包含的所有内容版权为 COMSOL® 公司所有。课程内容仅供参加本课程的用户学习使用，严禁个人或组织擅自以任何形式盗录、翻拍及转载。所有未经 COMSOL 公司授权而使用本课程内容的行为均视为侵权行为，COMSOL 公司将保留追究其法律责任的权利。

COMSOL 多物理场仿真基础强化培训

课程 3：网格剖分

施 翀
应用工程师
COMSOL 中国

COMSOL

日程安排

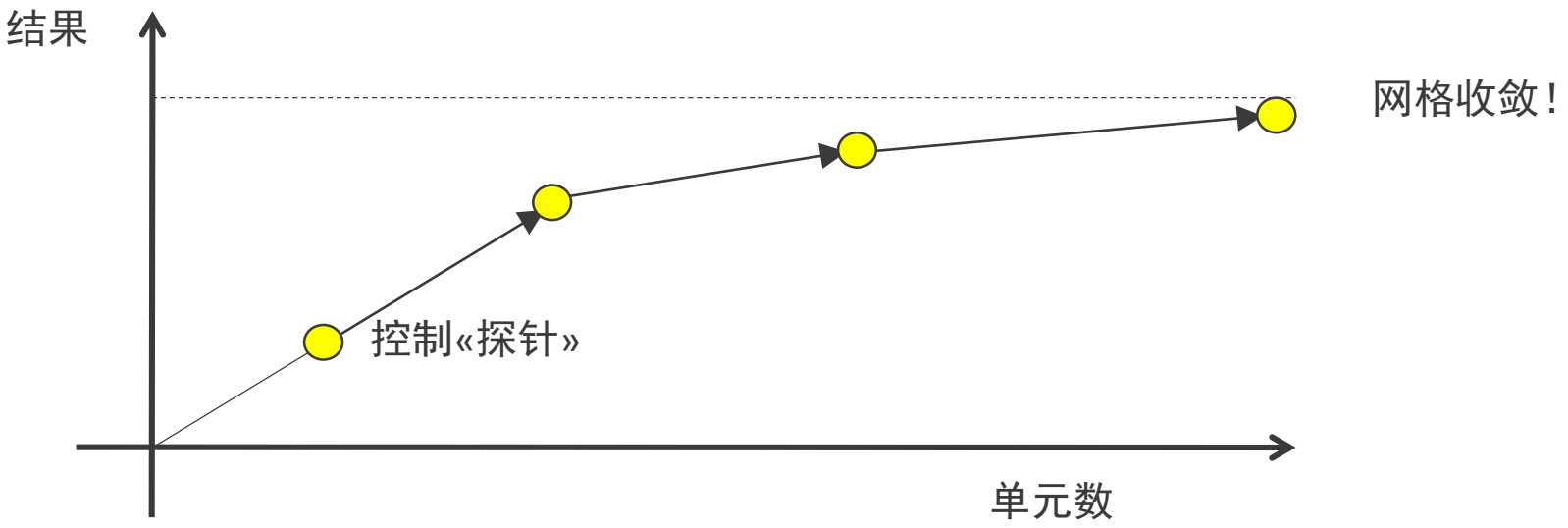
- 基本操作示例
- 几何建模、草图和 CAD 导入
- **网格剖分**
- 结果后处理和常用函数

我们为什么需要网格?

- 有限元（FEM）基于几何离散化为小的单元——网格单元
- 有限元网格有两个目的：
  - 表征几何
  - 表征求解域
- 使用更多的单元通常意味着：
  - 更精确的近似和求解
  - 更长的求解时间和更多的内存需求
- 在数值稳定性方面，是否获得良好的刚度矩阵
  - 很大程度上取决于网格单元的大小和形状（可以通过网格质量来作为指示器）

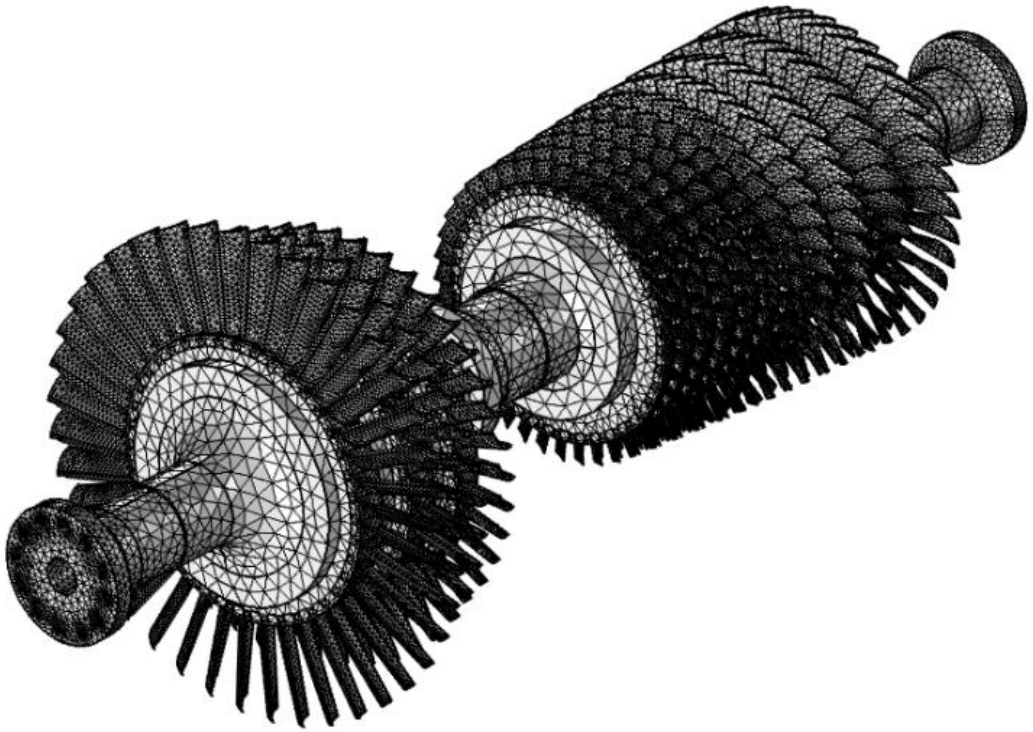
我们需要多少网格单元？

- 事先我们并不清楚
- 足够的精细度充分描述几何
- 足够的精细度来解析所有结果的梯度



COMSOL 中的网格剖分方法

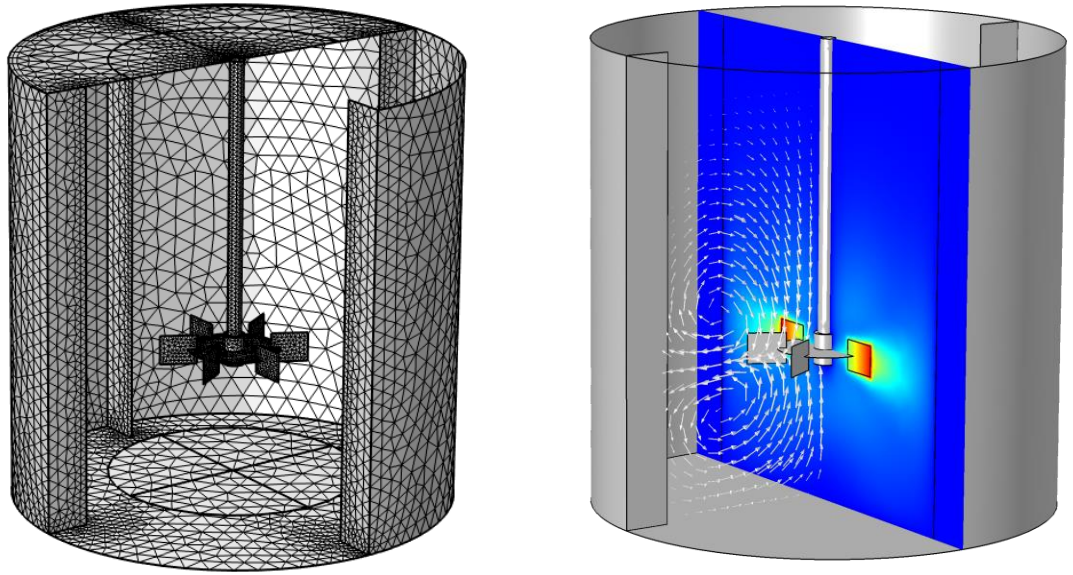
- 物理场控制网格
- 手动剖分网格
- 导入网格文件



燃气轮机的四面体网格

物理场控制网格剖分

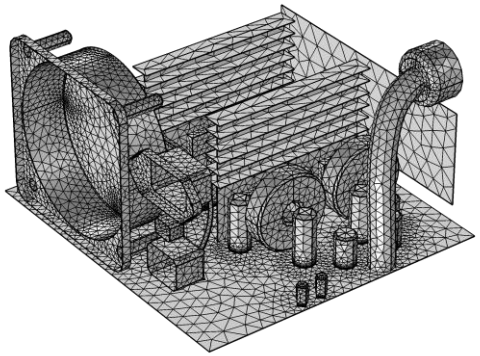
- 根据模型中的物理场设置自动生成网格
- 可校准为
  - 普通物理
  - 流体动力学
  - 传热
  - 等离子体
  - RF
  - 半导体
  - 结构力学



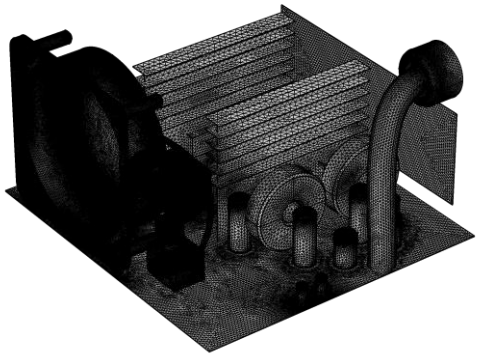
物理场控制网格划分用于平底挡板容器中的层流混合模型，其中带有使用搅拌器模块创建的 Rushton 涡轮机

物理场控制网格剖分

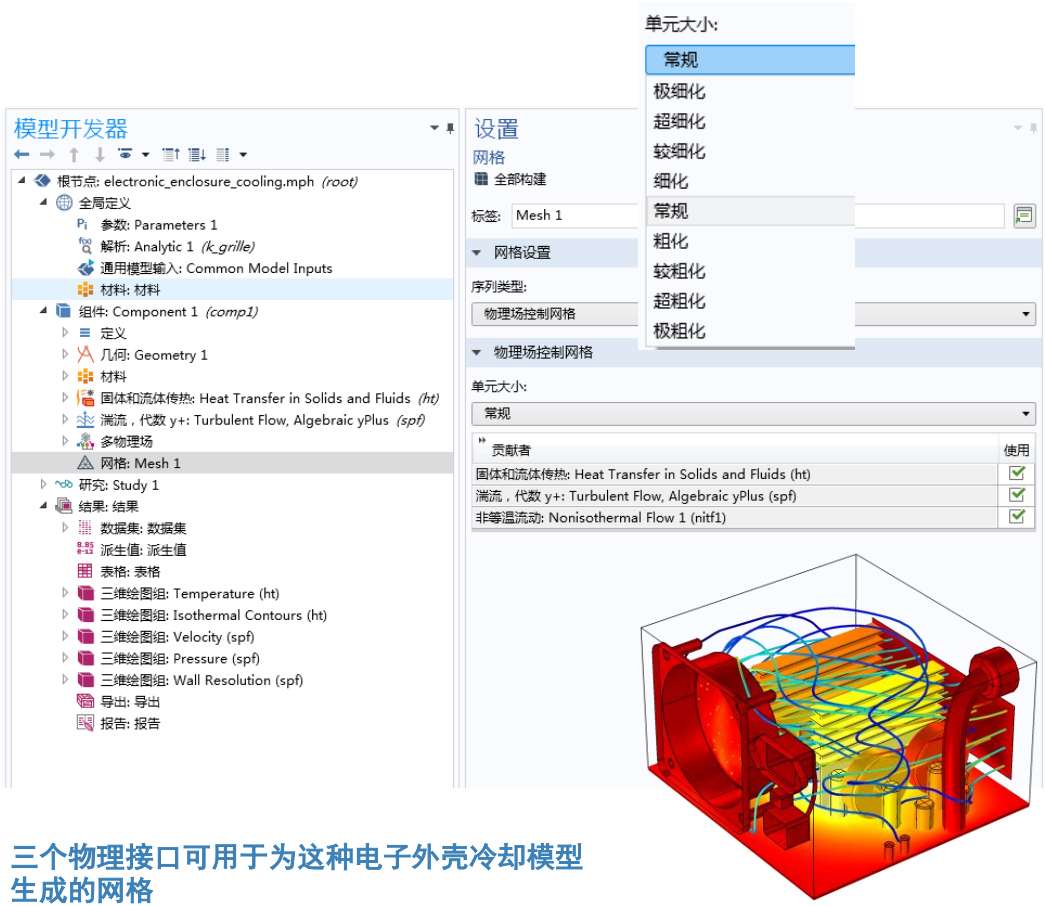
- 选择依托于何种物理场进行物理场控制网格剖分
- 预置有九个网格尺寸
  - 极细化 ~ 极粗化
- 可作为手动网格剖分的出发点
  - 编辑物理场引导的序列



较粗化网格剖分的封闭电器机箱几何



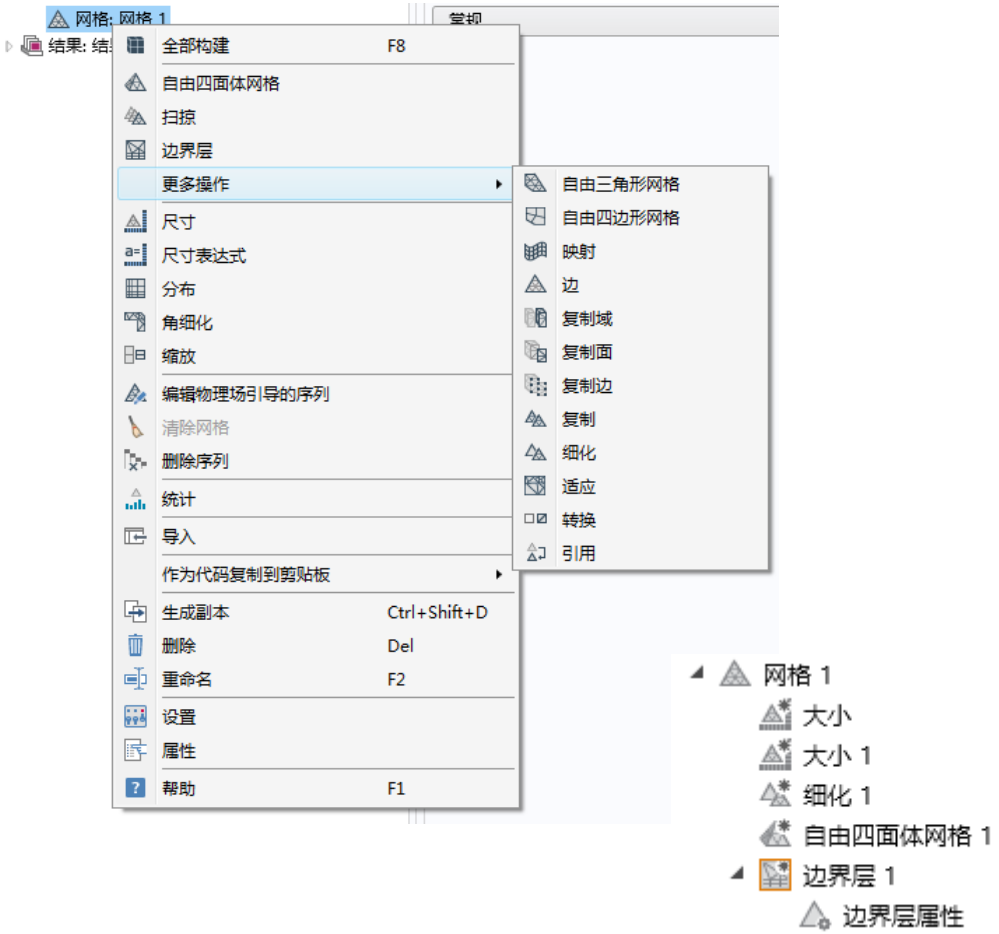
超细化网格剖分的封闭电器机箱几何



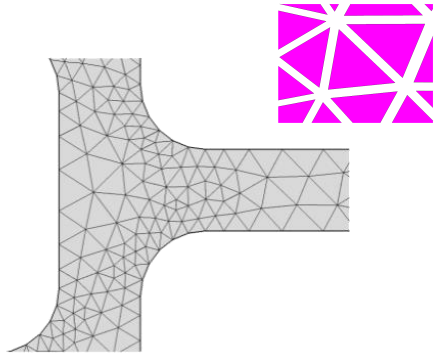
三个物理接口可用于为这种电子外壳冷却模型生成的网格

用户控制网格剖分

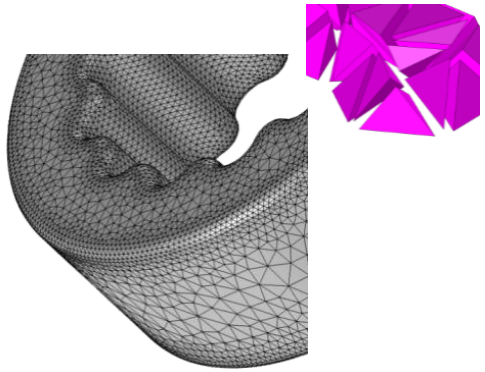
- 手动添加网格操作
- 网格操作均保存在网格剖分指令序列中
- 同一模型中可保存多个网格剖分指令序列
- 预置或手动控制网格尺寸
- 可对网格操作使用参数化设置
- 几何参数化扫描时可自动重新生成网格



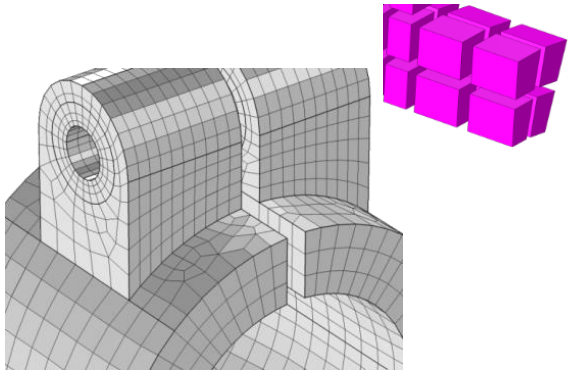
网格单元类型



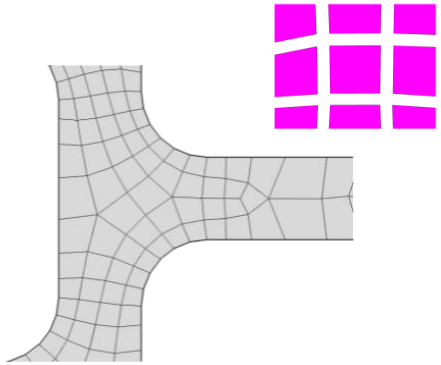
三角形



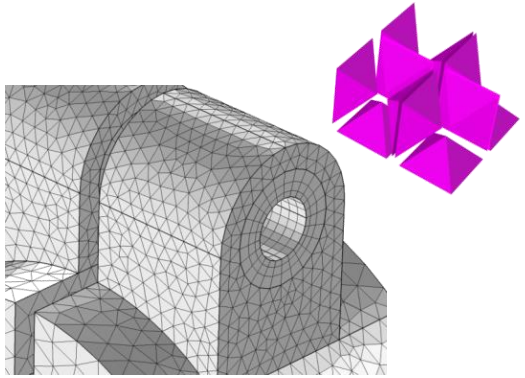
四面体



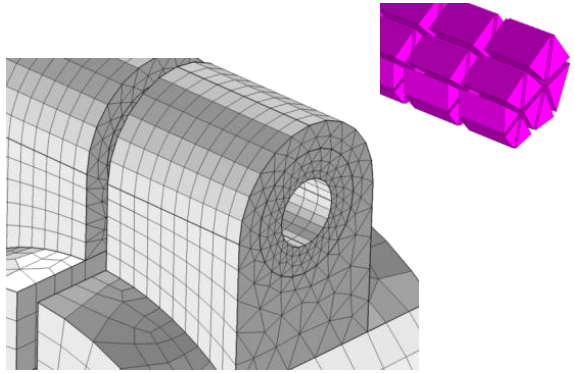
六面体



四边形



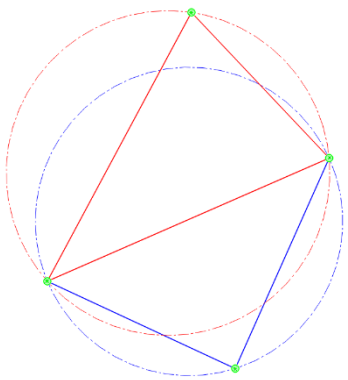
锥体



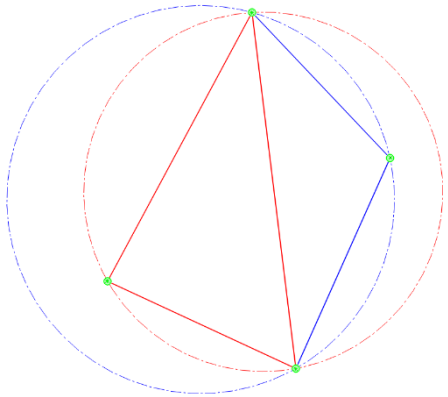
三棱柱

非结构化网格：自由剖分网格

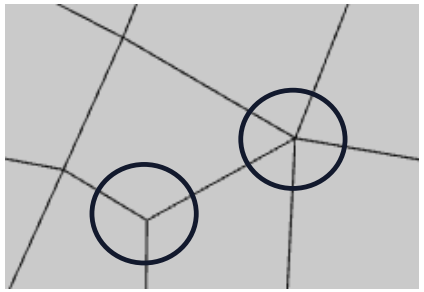
- 生成三角形，四边形或者四面体网格
- 最通用的网格（对几何没有任何要求）
- 通过自动或手动选择 Delaunay 和前沿三角形网格剖分方法保证鲁棒性
- 非结构化网格的内部格点可以被任何数目的网格公用



Delauney 三角形网格



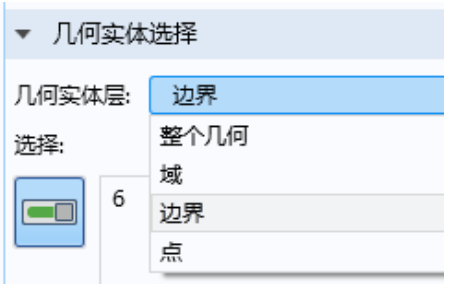
非 Delauney 三角形单元



网格大小

- 使用大小节点控制选定几何实体上的网格单元大小
- 全局大小节点定义网格序列下面所有网格操作的大小参数
- 局部大小节点只对上一级网格操作有效
- 预制九个等级也可自定义网格大小
- 可控制各个实体层次

用户控制网格序列

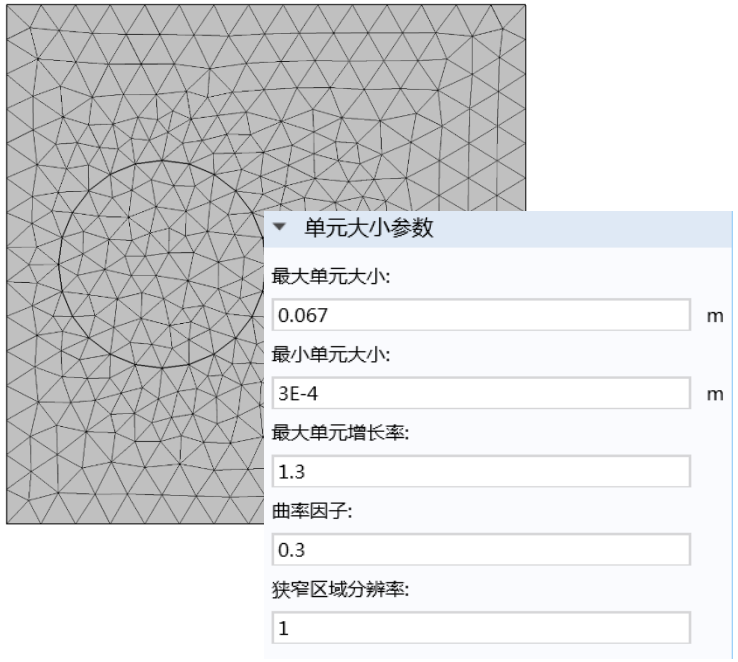


指定网格大小的几何实体层次

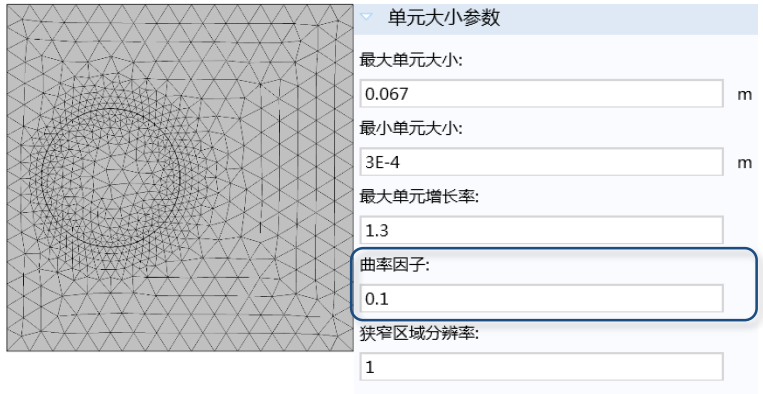
自定义网格大小参数

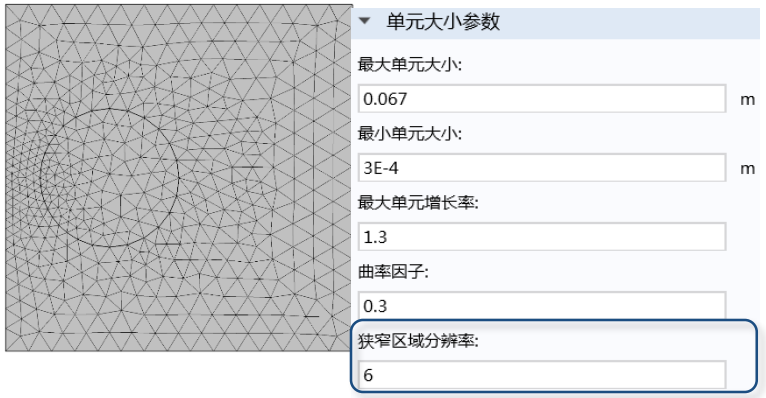
- 最大网格单元大小（≥ 最小网格单元大小）
  - 允许的最大网格单元大小
- 最小网格单元大小（≤最大网格单元大小）
  - 允许的最小网格单元大小
- 最大单元增长率（≥1）
  - 单元大小从小的单元过渡到大的单元时的最大生长率
- 曲率因子（≥0）
  - 边界单元大小与几何边界曲率之比
  - 最大单元大小= 曲率半径 x 曲率因子
  - 值越小沿弯曲边界的网格越精细
- 狭窄区域解析度（≥0）
  - 控制狭窄区域的网格层数
  - 值小于 1 可能得到各向异性的网格

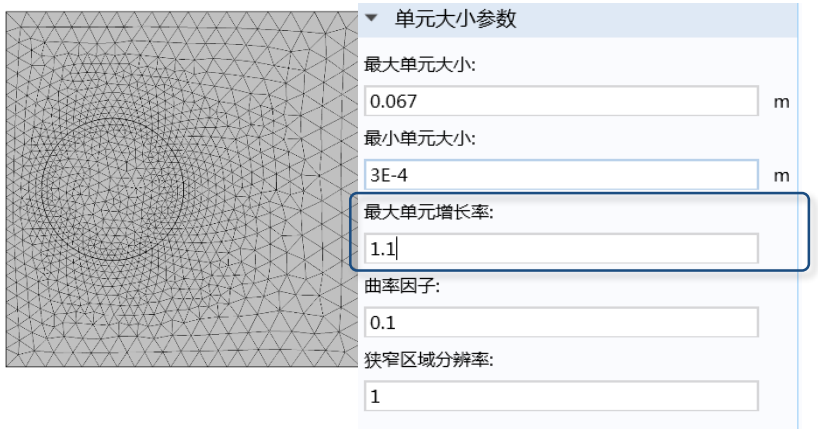
网格大小参数举例



默认的单元大小参数

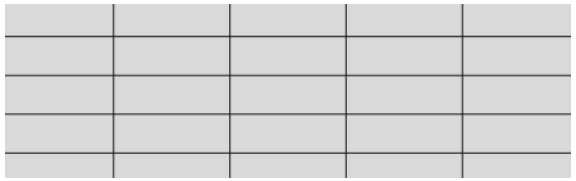


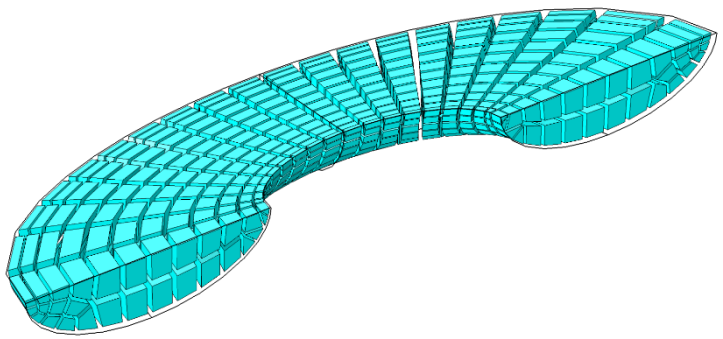




结构化网格

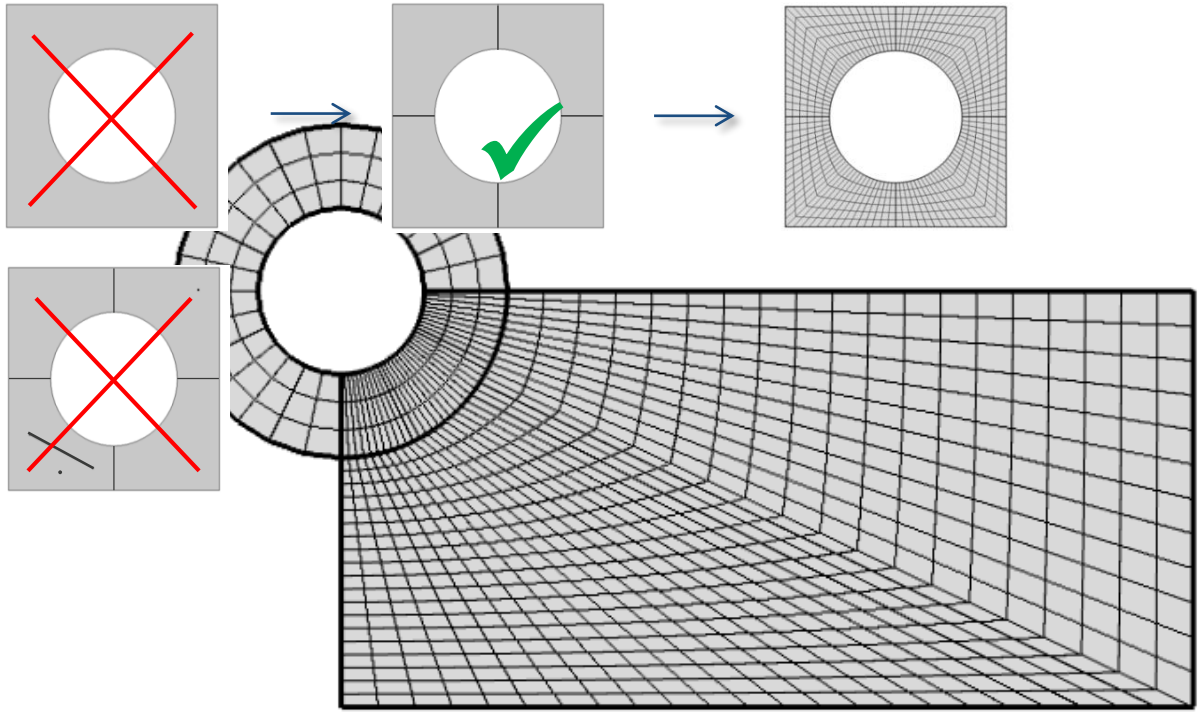
- 结构化网格中的格点由相同的网格单元共用
- 2D
  - 映射操作得到四边形网格单元
  - 通过转换操作，四边形网格单元中插入对角线得到结构化的三角形网格
- 3D
  - 扫掠操作得到结构化（至少沿扫掠方向）的棱柱或者六面体网格单元





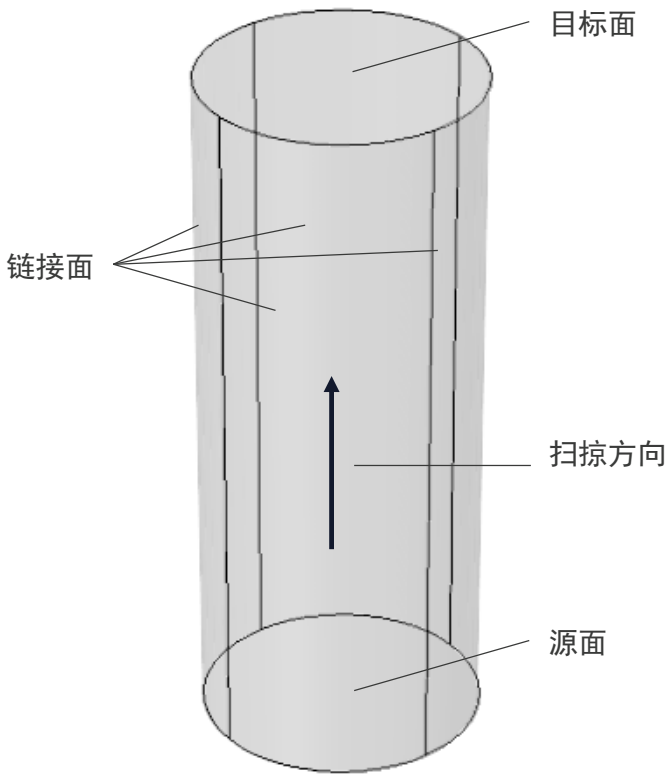
映射网格

- 四边形网格单元
- 2D 或 3D 中的面
- 得到规则的结构化网格
- 要求相对规则的几何
- 通过几何拆分（添加辅助面或边等）



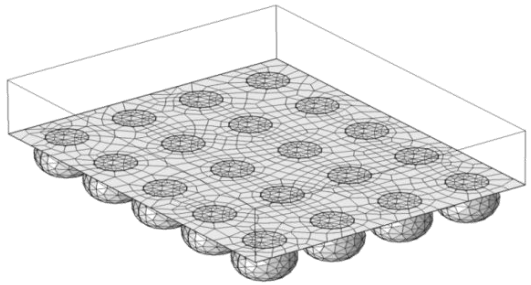
扫掠网格

- 先在 3D 域的边界面上进行网格剖分，然后沿着某个路径进行扫掠直到另一个目标面完成对整个域的剖分
- 在扫掠方向是结构化网格，而在垂直扫掠方向可以是结构化或非结构化网格
- 通常软件自动确定源面和目标面
- 若没有已经剖分完成的源面，那么软件自动生成四边形或者三角形网格

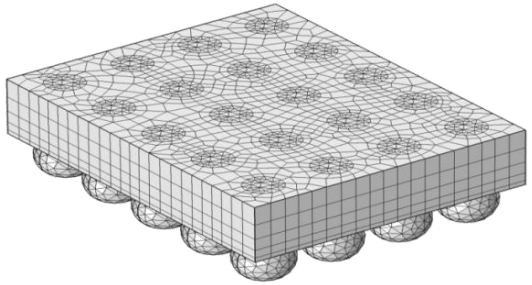


扫掠网格

- 可以从包含 N 个面的源端扫掠到包含 M 个面的目标端，其中 N ≥ M
- 自动检测源和目标面，以及多个域的扫掠顺序
- 在扫掠方向上控制单元分布
- 在端面上支持三角形、四边形和混合网格
- 通过以下操作准备实现扫掠的几何
  - 使用虚拟几何操作隐藏几何特征
  - 使用几何操作分割求解域



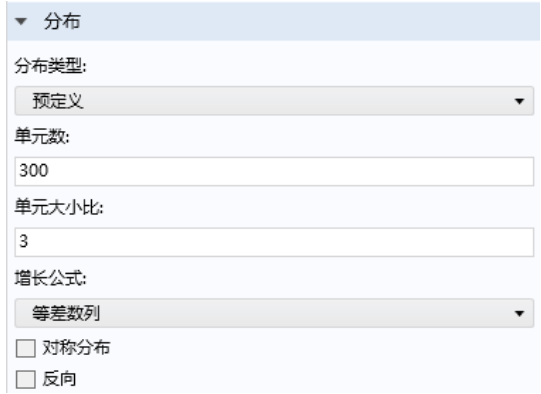
源面是由四边形网格和三角形网格构成的混合网格

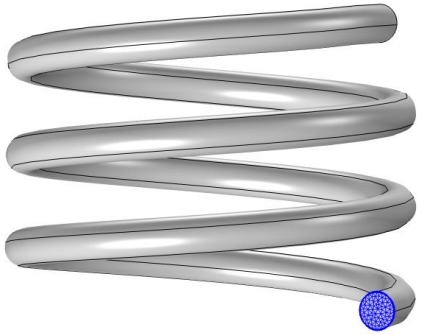


扫掠网格由棱形和六面体网格构成

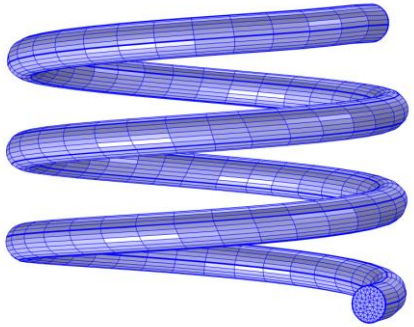
扫掠网格和分布

- 建议先手动剖分源面网格
  - 无需再指定源、目标面和扫掠方法
- 通过*分布*控制扫掠方向网格分布
  - 固定单元数
  - 预定义分布
  - 显式

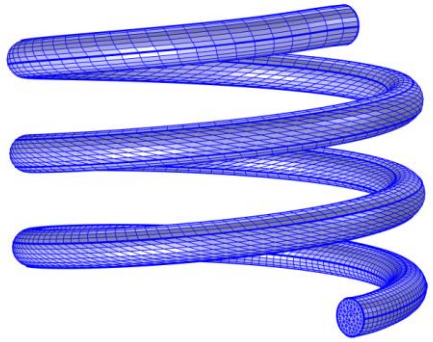




源面上剖分三角形网格

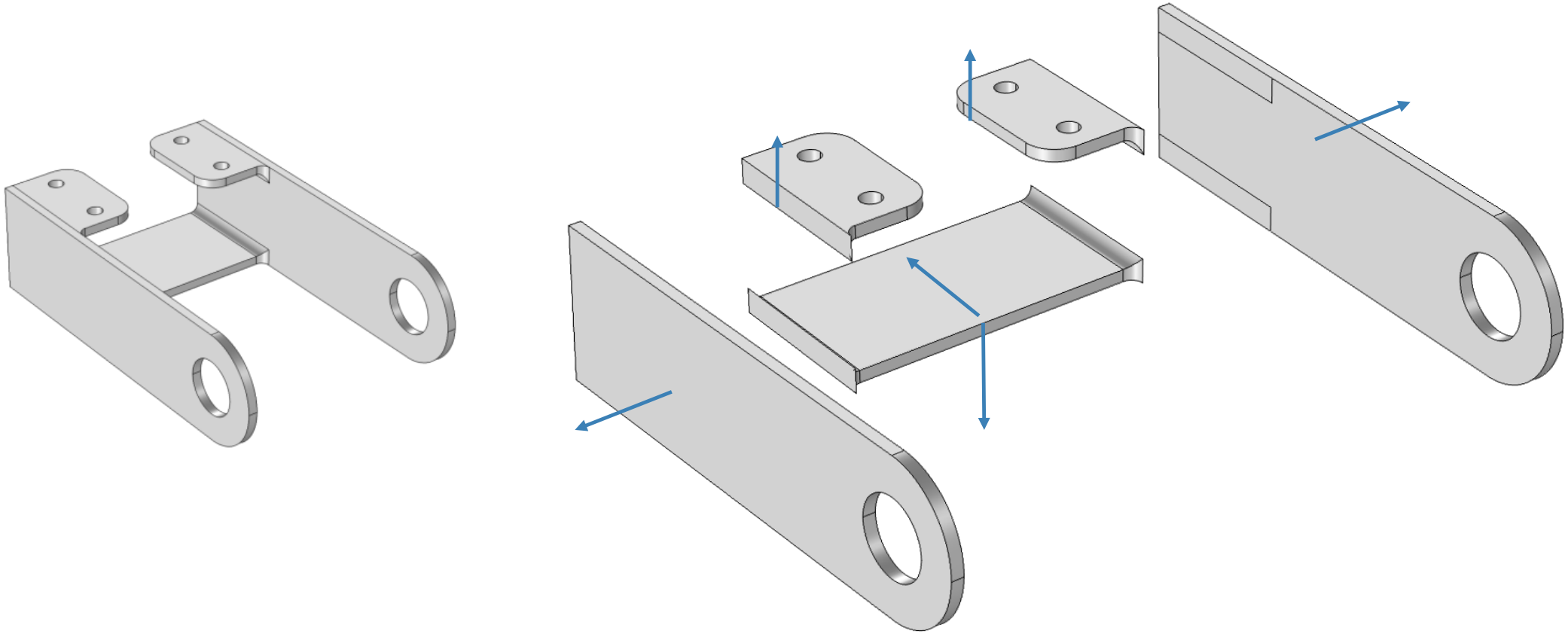


固定单元数的扫掠网格



采用等差数列分布的扫掠网格

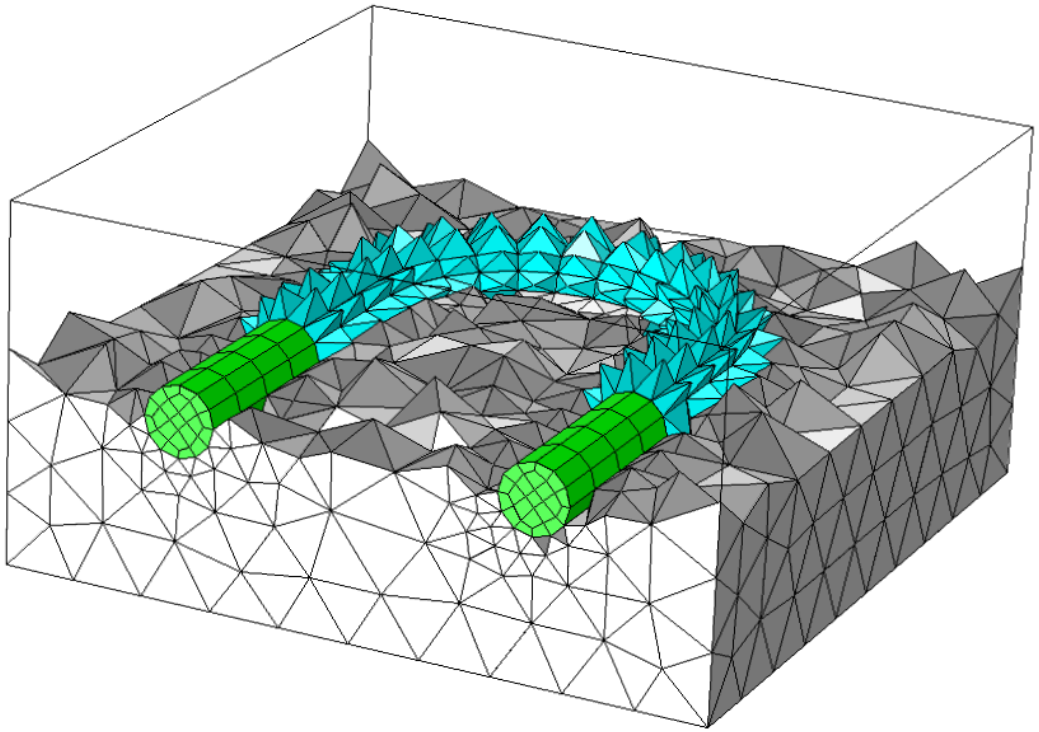
扫掠网格演示



箭头显示将支架分解后可能的扫掠方向

混合网格单元类型

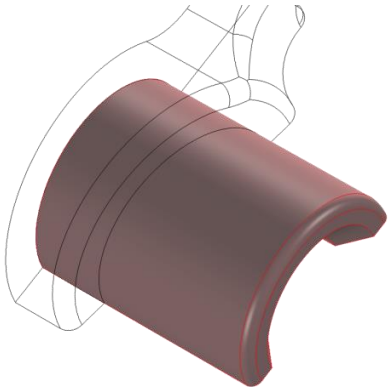
- 用于使用扫掠和自由四面体单元的网格序列，将扫掠网格和四面体单元连接起来
- 在扫掠的六面体/棱柱单元与四面体单元之间自动插入一个金字塔单元层
- 金字塔单元将出现在应用了自由四面体网格 操作的域中
- 注意有一些计算方法（例，自适应网格）只能用单一的网格（即，只有三角形和四面体网格单元）

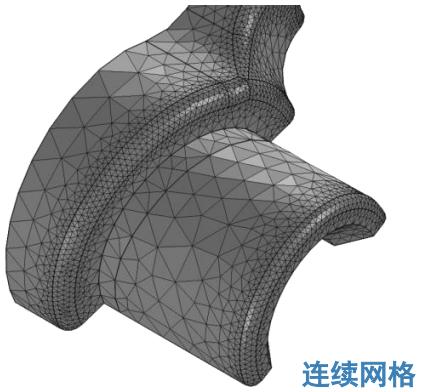


沿环形分布的金字塔单元（蓝绿色）层来连接扫掠网格的六面体单元（绿色），并使用四面体单元（灰色）填充其余空间。）

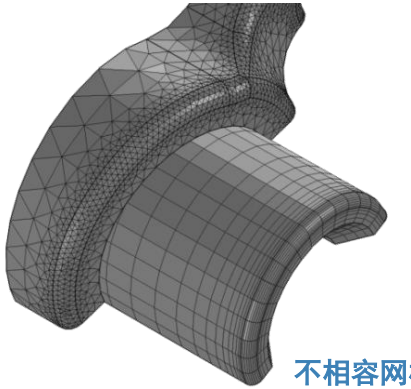
多个部件的网格剖分-装配体和联合体

- 联合体不同部件交界面网格节点公用，交界面处物理场变量和通量自动连续
- 装配体不同部件之间的网格完全独立
- 带印记的装配体，网格单元边界对齐，添加了约束方程近似强制场和通量的连续性

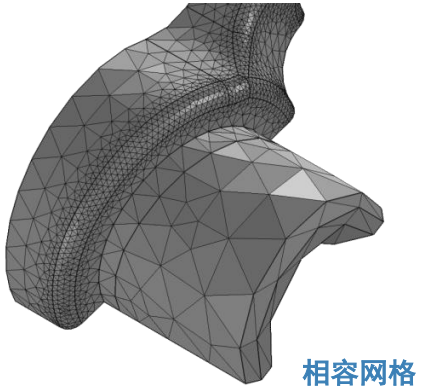




连续网格



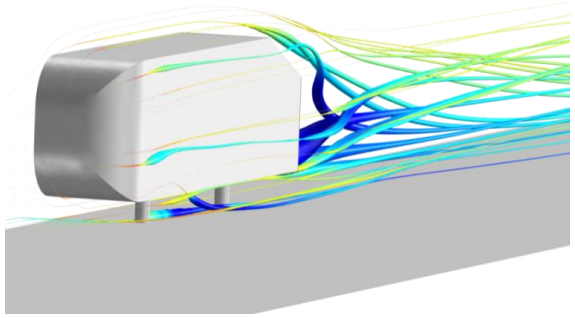
不相容网格



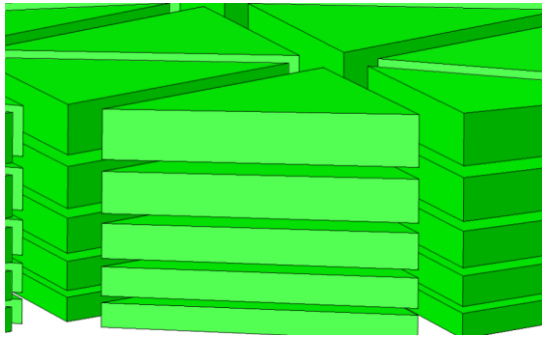
相容网格

边界层网格

- 用途
  - 在流体流动应用中解析沿无滑移边界的边界层
  - 在传热应用中解析靠近加热表面的大温度梯度
  - 在低频电磁场中解析集肤效应
- 当模型中有流体流动应用时自动创建边界层网格



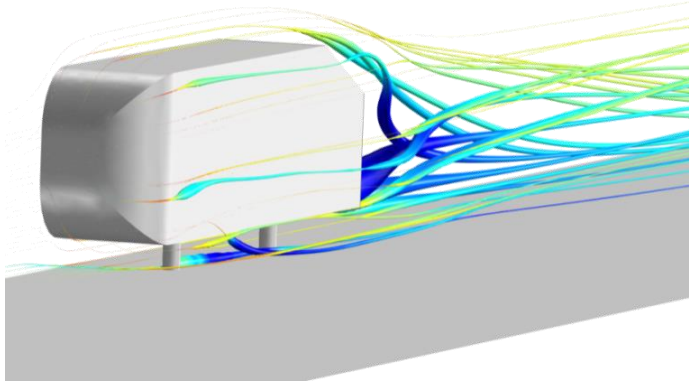
汽车状物体周围的湍流场基准模型



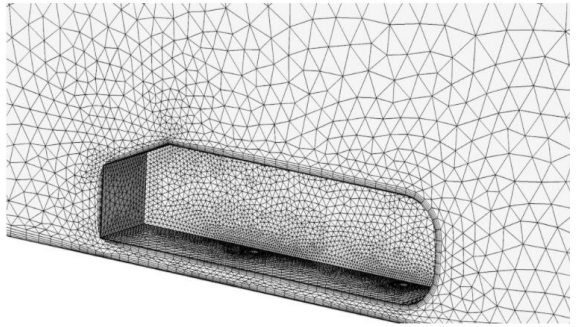
左侧模型边界层中的棱柱单元

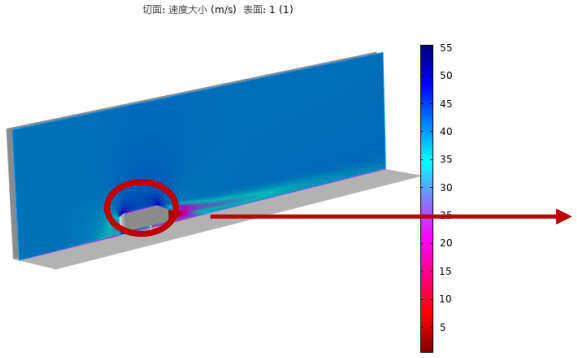
Ahmed 类车体上方的气流

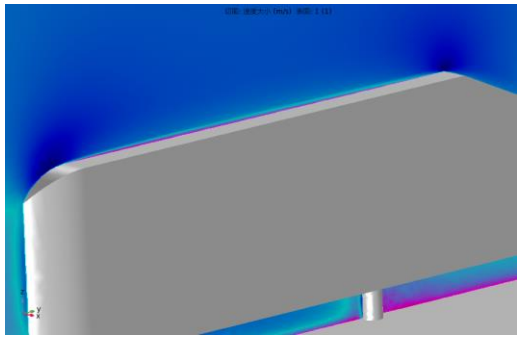
- 车形结构周围的湍流流场
  - 流体域的底部和 Ahmed 类车体的表面由壁函数描述
  - 边界层网格添加搭配所有无滑移边界
  - 边界层网格由高质量的三角形构建，网格质量高
- 在模型中有流体流动时自动创建边界层网格



类汽车物体周围湍流场的基准模型



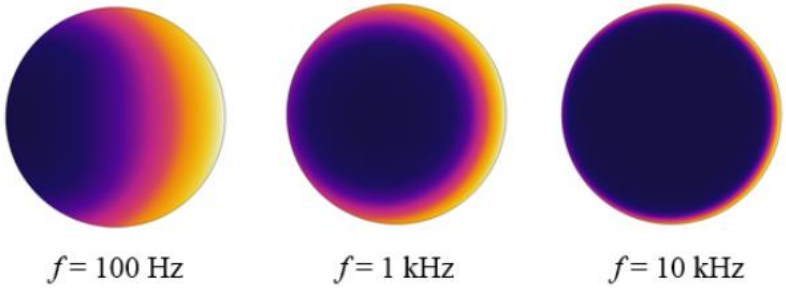




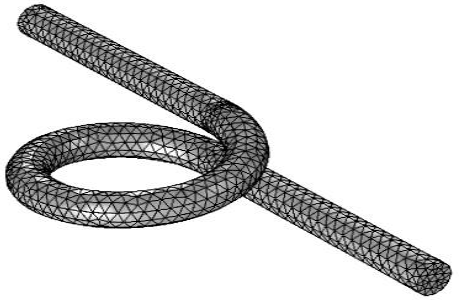
Ahmed 类车体上方的气流

边界层网格解析集肤效应

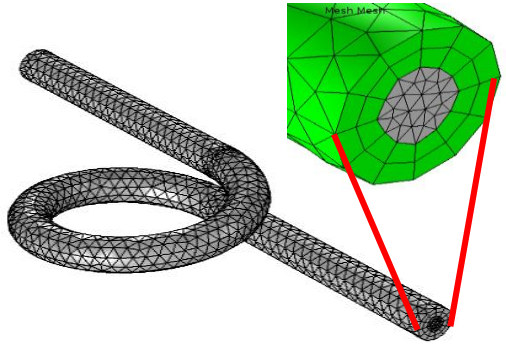
- 集肤效应
  - 感应电流产生的磁场改变材料内部的电流分布，最终导致感应电流集总在有损材料的表面
- 当集肤深度小于导体截面的一半时，可以考虑边界层网格
  - 场在垂直于边界的方向剧烈变化
  - 沿导体壁面剖分两层网格即可
  - 每层网格厚度取集肤深度大小



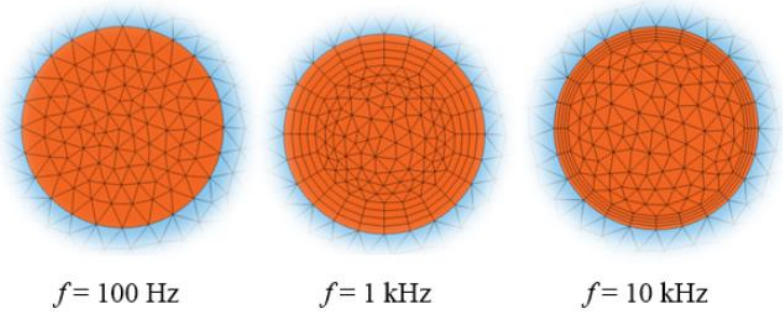
不同频率下线圈横截面的内部电流



在直流问题中默认采用自由四面体网格



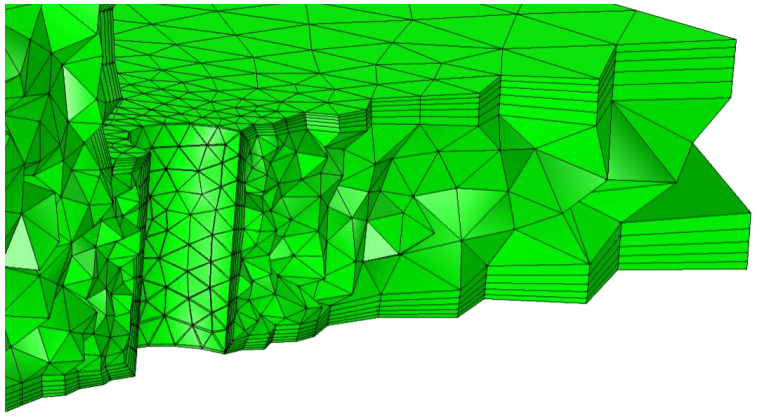
包含集肤效应的交变问题更适合采用边界层网格来解析，其中集肤深度小于导体截面尺寸

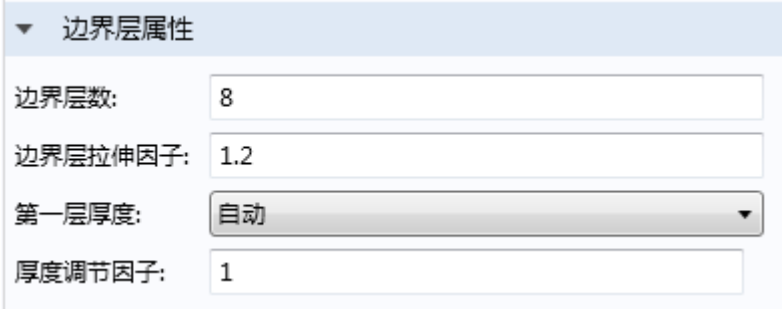


不同频率对应的导线网格

创建边界层网格

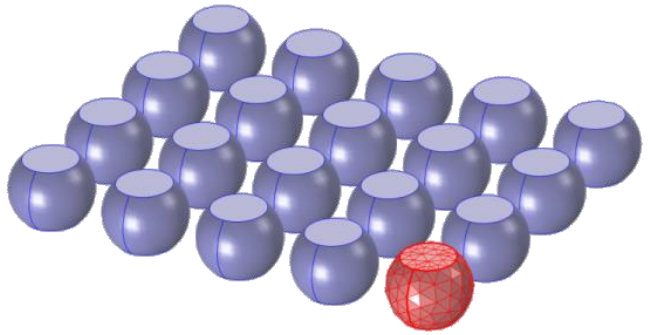
- 边界层网格包含
  - 二维层状四边形单元
  - 三维层状棱柱或六面体单元
- 自动检测和处理尖锐拐角
- 可以用于任意网格
- 可手动控制边界层属性
- 平滑过渡到内部网格
- 支持分离边界上的边界层

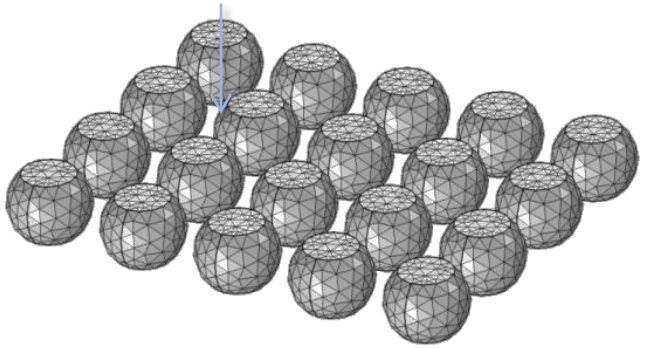




复制网格

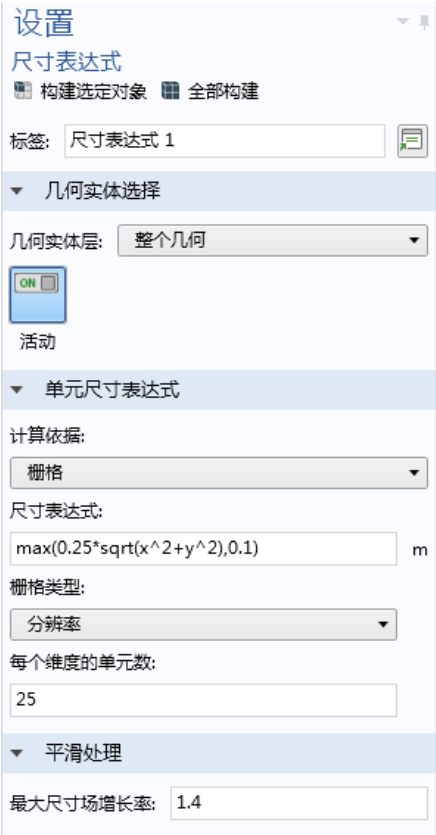
- 用于高精度仿真需求中的周期性边界条件，例如：
  - 结构力学中的循环对称
  - 电磁波传播中的 Floquet 边界条件
- 可用于复制域，面和边网格
- 复制网格到另一个网格序列
- 将网格复制到更高空间维度的组件
- 自动根据源网格确定目标上的方向
- 支持复制多个目标
  - 大型周期性几何快速生成网格

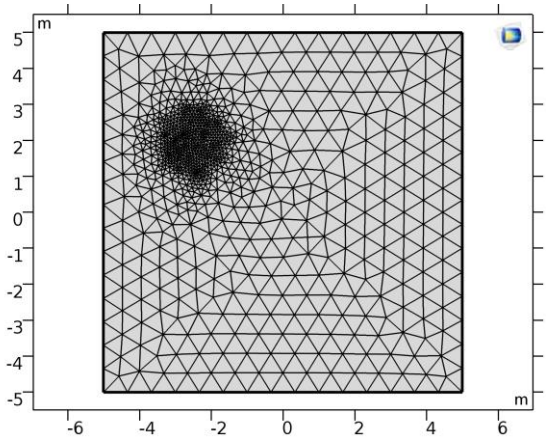




处理网格大小及分布

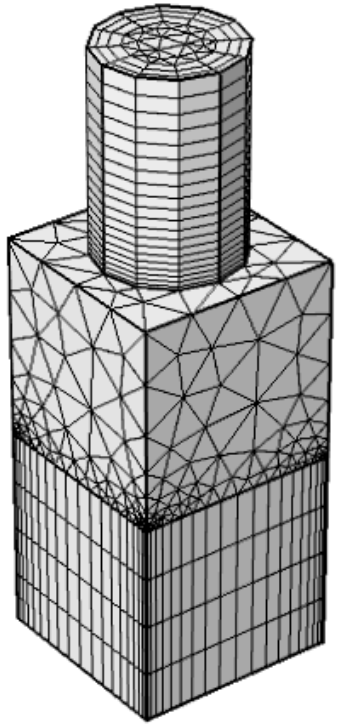
- 使用尺寸属性来控制选定几何实体的网格单元尺寸
- 使用尺寸表达式节点，利用表达式根据建模空间来变化单元尺寸
  - 表达式可基于参数、函数、材料和变量（包括通过物理场和通过解来定义的变量）来定义

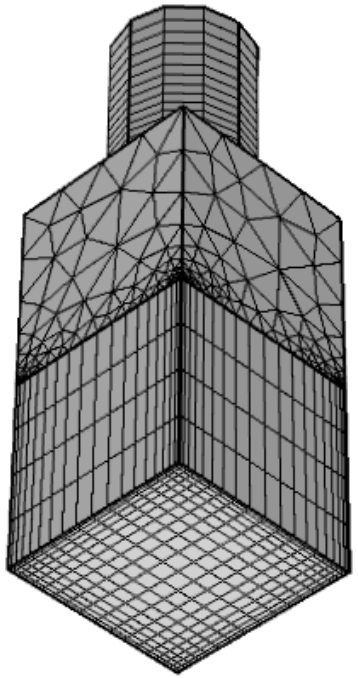




左边是基于空间坐标的表达式，右边是相应的网格

动手练习



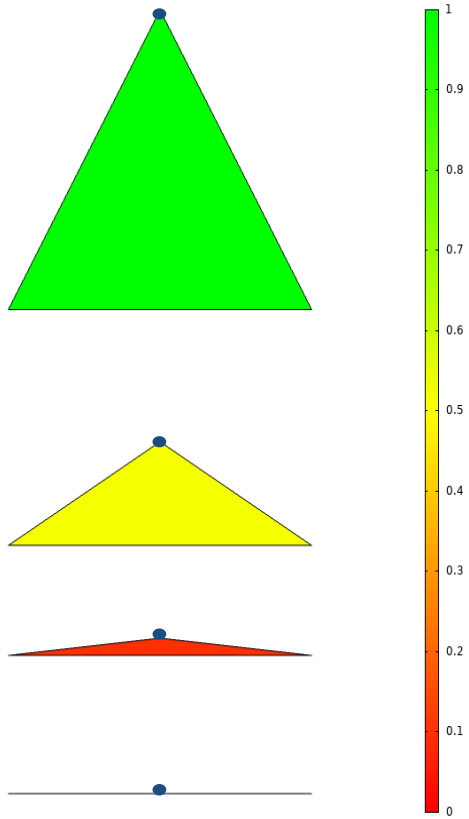


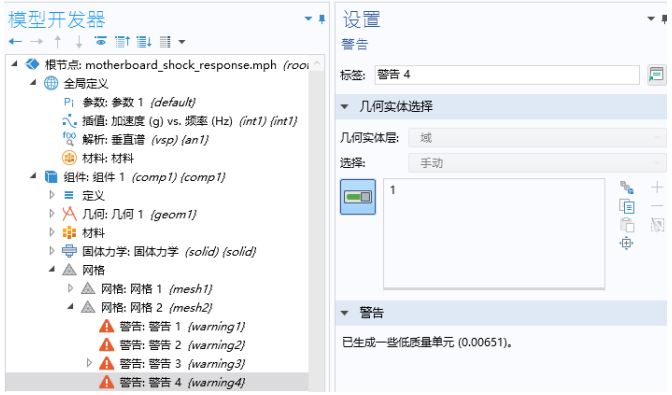
网格统计

- 对网格快速的概览
  - 几何、质量度量和单元类型的选择
  - 最小和平均单元质量
  - 单元质量直方图
- 可用的网格质量度量和相应的变量名
- COMSOL 博客：如何检查 COMSOL Multiphysics® 中的网格
- 视频： Analyzing Meshes in COMSOL Multiphysics®

网格质量

- 表征单元形状的整齐程度
  - 可能形成反转单元网格
- 低的单元分辨率
  - 可能导致不正确的结果
- 网格单元等边时，质量 = 1
- 介于 0 和 1 之间
  - min(q) > 0.3 in 2D
  - min(q) > 0.1 in 3D
- 网格质量低于 0.01，网格生成器会自动发出警告



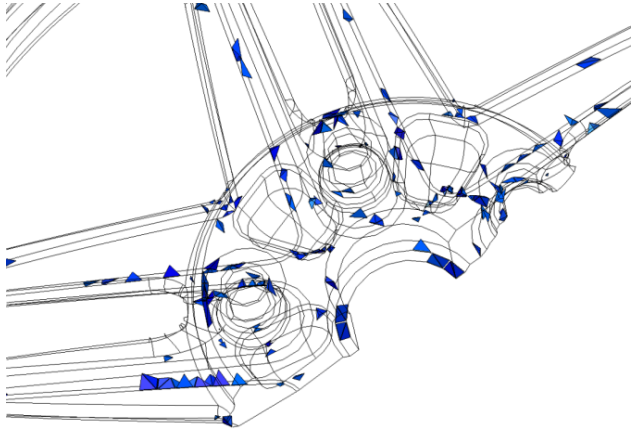


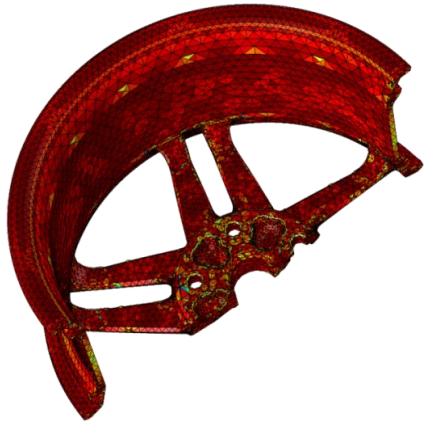
网格质量测量

- 可用的网格质量度量和相应的变量名
  - 偏斜度（qualskewness）
  - 最大角度（qualmaxangle)）
  - 体积 vs. 外接圆半径（qual)）
  - 体积 vs. 长度（qualvollength)）
  - 条件数（qualcondition)）
  - 增长率（qualgrowth)）
  - 弯曲偏度（qualcurvedskewness)）

网格可视化

- 绘制网格有助于创建质量更好的网格
  - 分别绘制不同单元类型的网格
  - 根据质量给单元上色
  - 基于逻辑表达式显示单元
  - 收缩单元以达到更好视觉效果



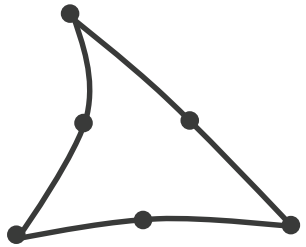


反转单元

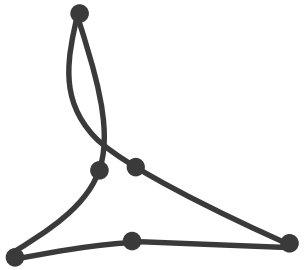
- 网格单元被由内而外包裹或者面积为 0(2D)/体积为 0(3D)
- 通常，求解的高阶单元容易产生反转
- 对网格反转网格单元进行可视化
  - 体绘图时，使用过滤器子节点的逻辑表达
    - redetjacmin < 0 ，如果有高阶网格（已经求解）
    - qual < 0，如果在绘制几何中得到反转单元，但还未求解
- 避免反转单元:
  - 对于反转单元，求解器自动降低几何离散化阶次为一阶
  - 使用 3D 扫掠网格而非自由剖分网格
  - 尽量避免小曲率边界例如圆角，除非该结构对结果影响非常大
  - 动网格引起，可以使用重新剖分网格功能

动网格

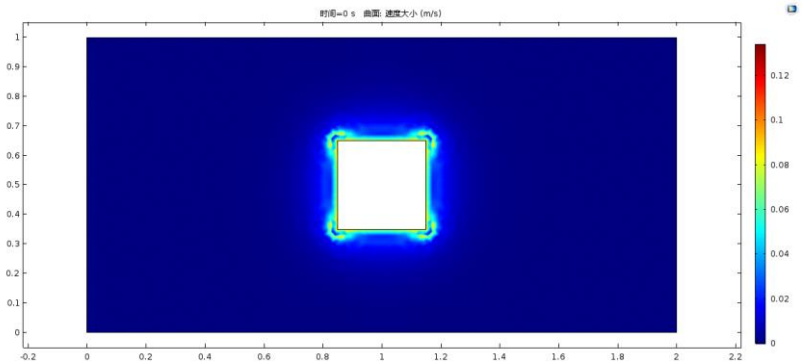
- 动网格（ALE）：描述求解区域的运动和变形等
- 大变形的问题，网格反转不可避免
- 形成装配体或者自动重新剖分网格是解决办法

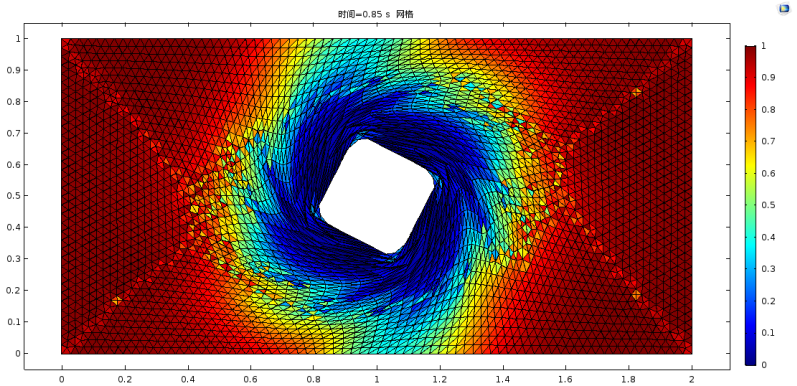


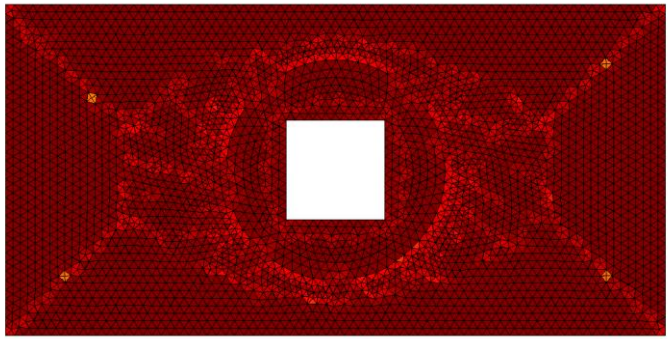
a) 变形之前的网格单元



b) 变形之后的网格单元

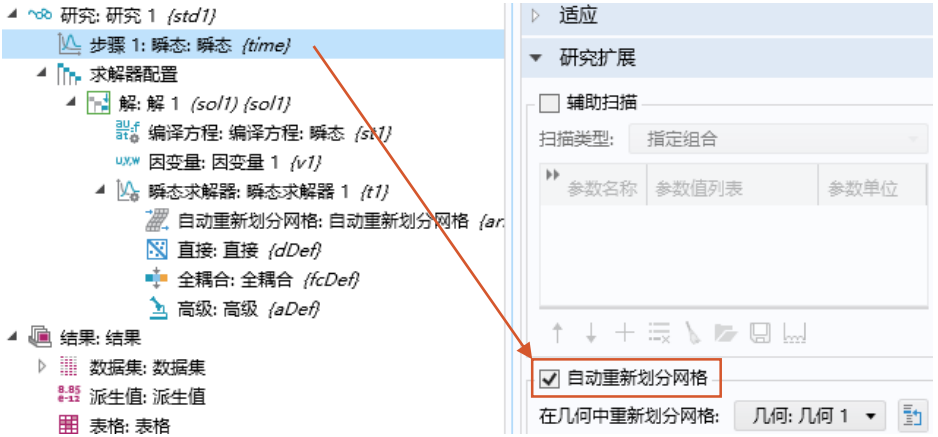


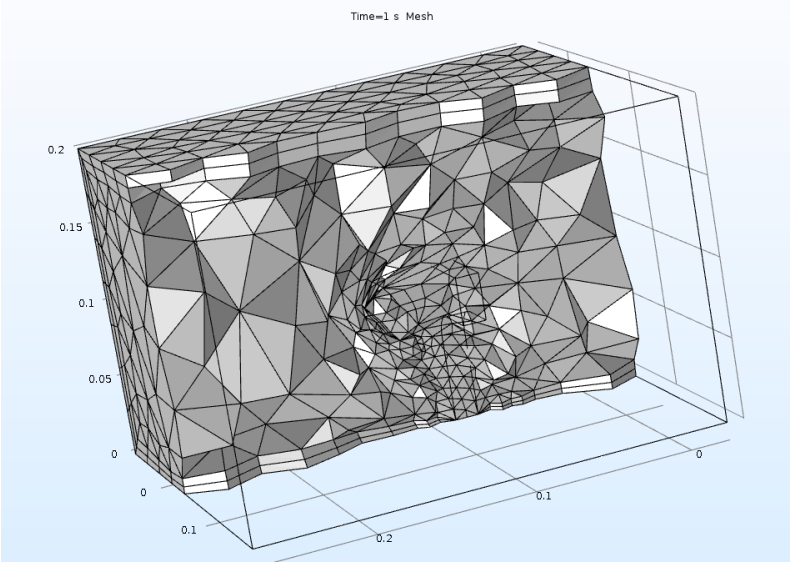


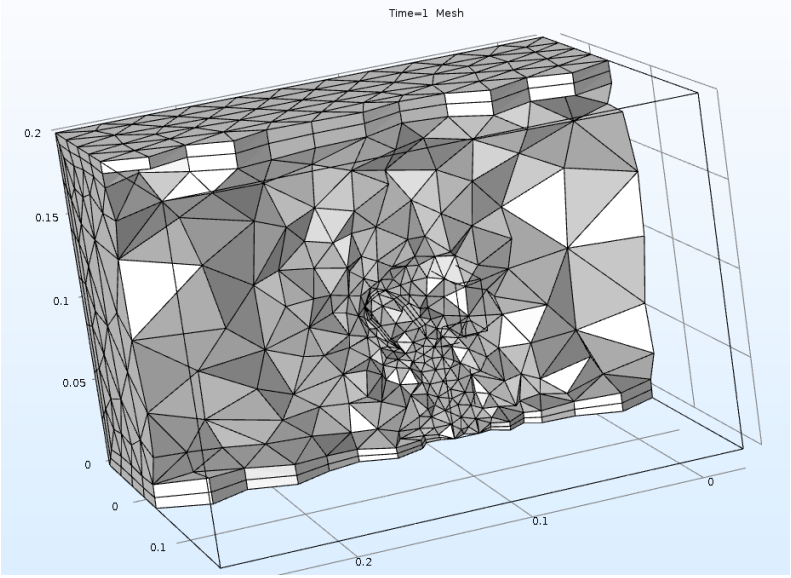


自动重新剖分网格

- 以网格质量等作为判断条件
- 导出重新划分网格的几何构型

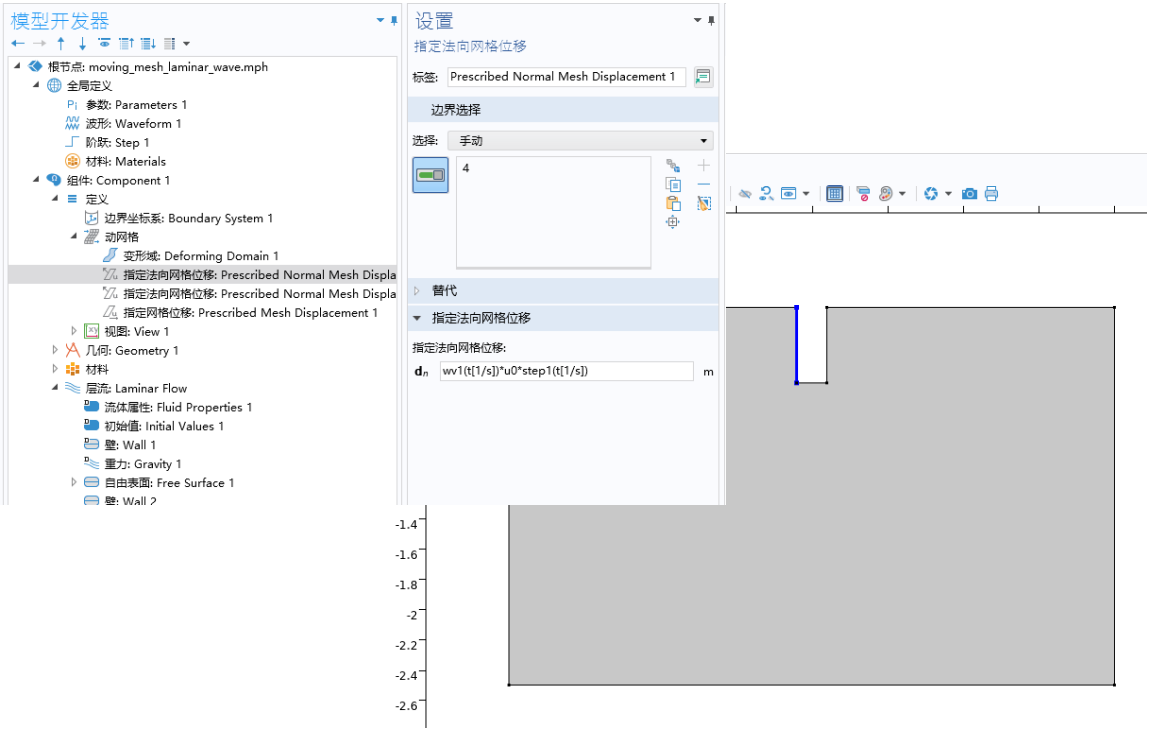


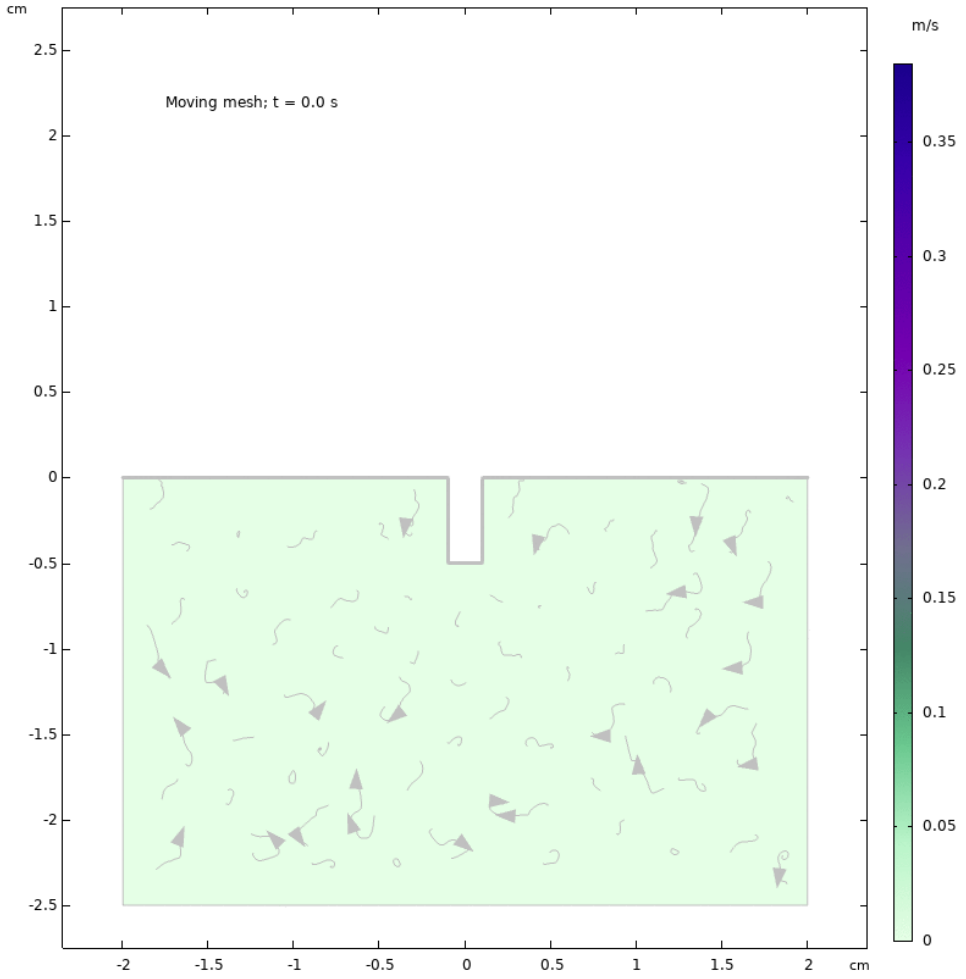




自由液体表面：移动网格

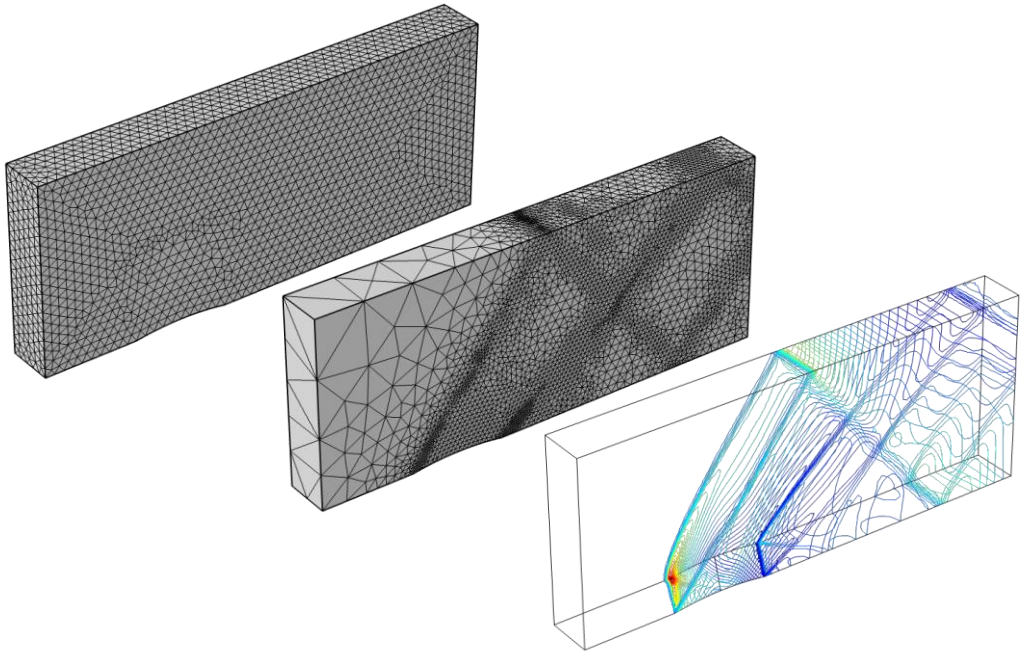
- 自由液体表面
- 指定（法向）网格位移





自适应网格细化

- 基于初始网格的解，通过与待求物理行为匹配的网格提高解的精度
- 求解器为了最小化误差，将根据误差判据通过以下方式组合修改网格
  - 细化网格
  - 粗化网格
  - 移动点
- 可用于稳态、特征值、特征频率或瞬态研究
- 可以通过添加大小表达式或网格序列来手动控制网格自适应



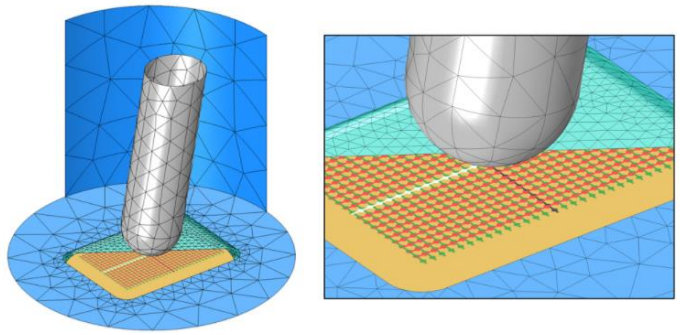
使用自适应网格建模超音速流动通过有障碍物的通道。
中间的网格是左侧显示的起始网格的两个自适应步骤后的结果。
右侧的压力等高线图说明了冲击的位置。

含凸起流道中的超音速流三维模型

自适应网格细化

- 获得足够精确的结果
- 软件自行决定需要细化网格的区域
- 极大提升了模型验证步骤的自动化程度

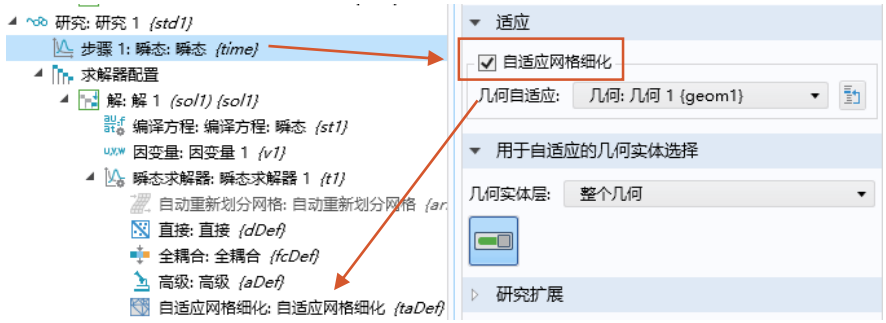
自由度（百万）	所用内存（GB）	求解时间，不含网格重新剖分（秒）	电容计算值的百分比差异
0.125 （缺省“标准”网格设定）	1.7	10	28%
0.6 （第一次自适应网格细化后）	2.2	20	6%
2.3 （第二次细化）	4.8	84	2%
7.7 （第三次细化）	14	711	0.6%
24.4 （第四次细化）	47	2,960	N/A

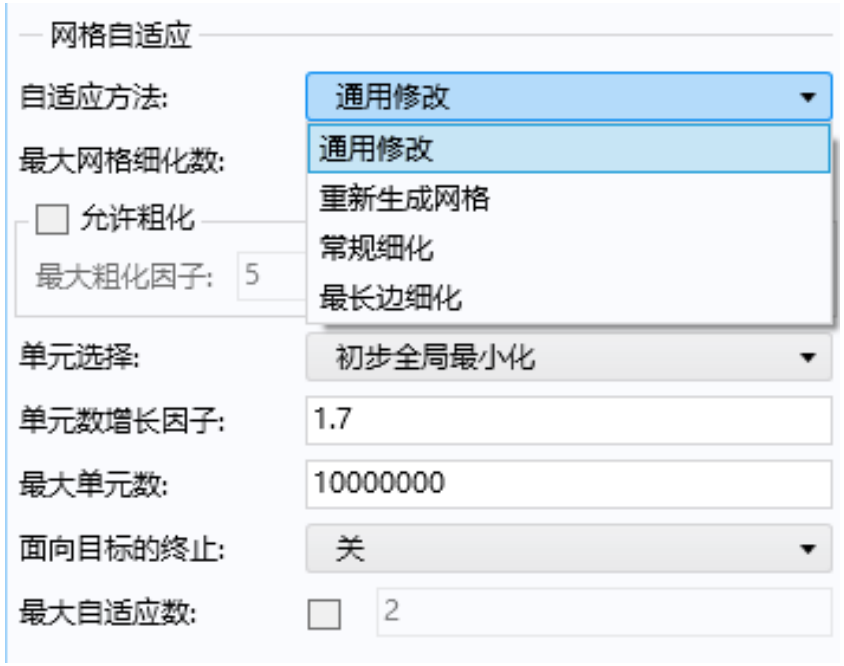


消费电子产品中的电容触屏仿真分析
3.7GHz，8核至强处理器，64GB内存

自适应方法

- 通用修改
  - 单元可以细化
  - 若网格太细，可以删除顶点以粗化网格
  - 单元可以修改，网格顶点可以移动，以提高网格质量
- 重新生成网格
  - 无法应用于结构化网格
- 常规细化
  - 细化网格
- 最长边细化
  - 将长边一分为二，直至网格被充分细化
  - 网格操作快，但会产生低质量网格单元

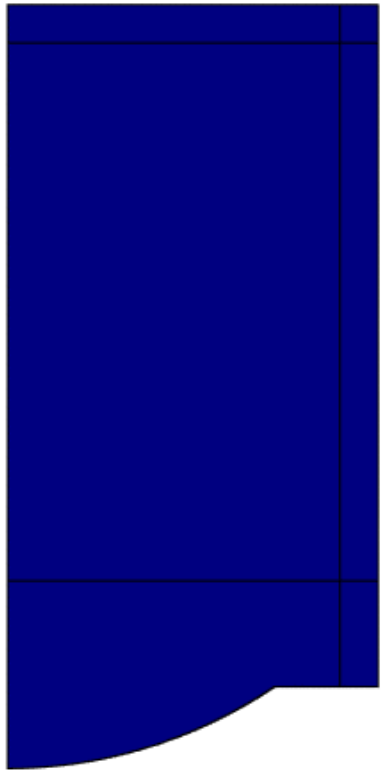




瞬态自适应网格细化

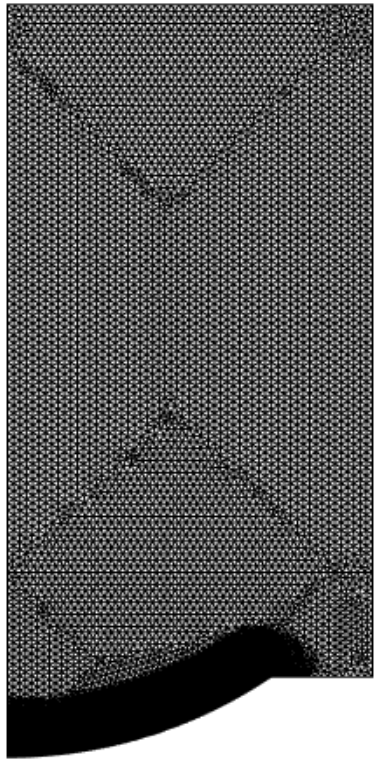
时间=0 s

表面: 声速大小 (m/s) 面上箭头: 总声速

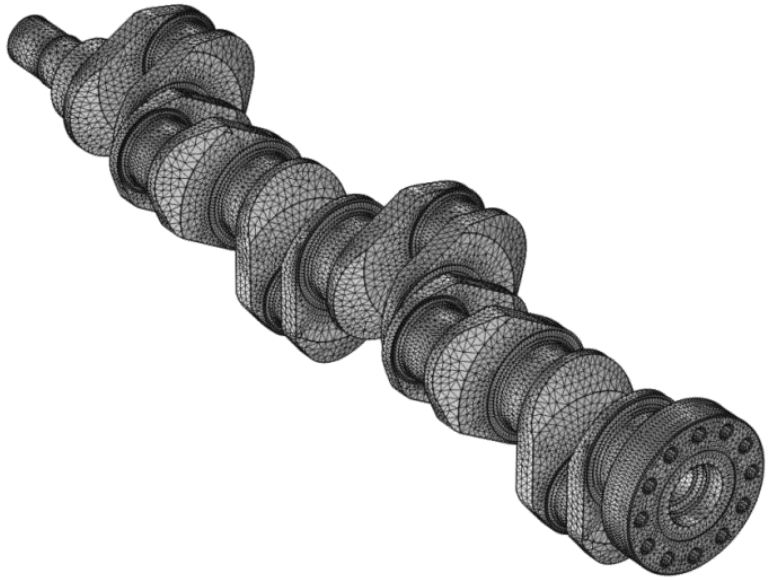


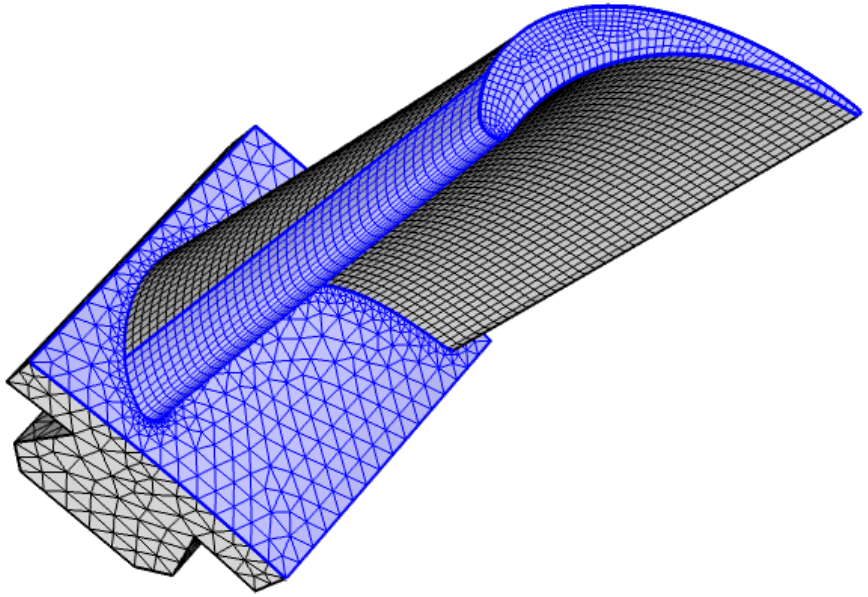
时间=0 s

表面: 声压 (Pa)



导入网格





支持的文件格式

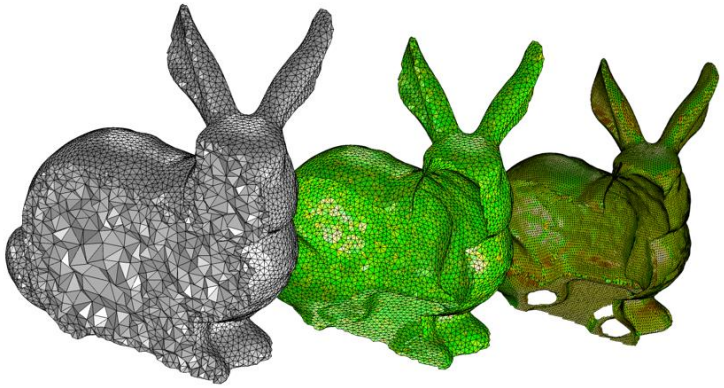
文件格式	扩展名	导入	导出
3MF	.3mf	是	是
NASTRAN®	.nas, .bdf, .nastran, .dat	是（包括 2D）	是（包括 2D）
PLY	.ply	是	是
STL	.stl	是	是
VRML, v1	.vrml, .wrl	是	否

内部文件格式	扩展名	导入	导出
COMSOL 网格	.mphtxt, .mphbin	是（包括 2D）	是（包括 2D）
分段文件	.txt	是（包括 2D）	是（包括 2D）

比较：表面网格格式

STL 和 VRML

- 每个网格节点在文件中都指定坐标点
  - 大量重复坐标
  - 使用容差来合并网格
- 可基于 STL 文件中的实体部分创建边界选择

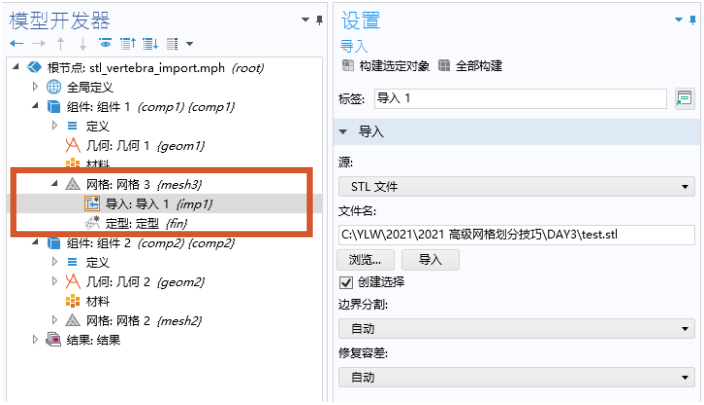


PLY 和 3MF

- 所有坐标点仅在文件中被指定一次
  - 更简洁的格式
  - 无需容差
- 支持颜色数据
  - 可从绘图中导出
- PLY 支持四边形单元
- 3MF 支持
  - 模型和表面类型的对象
    - 模型总是水密面网格
    - 网格中包含多个模型将形成装配边界
  - 在网格中重复同一个模型
  - 单位

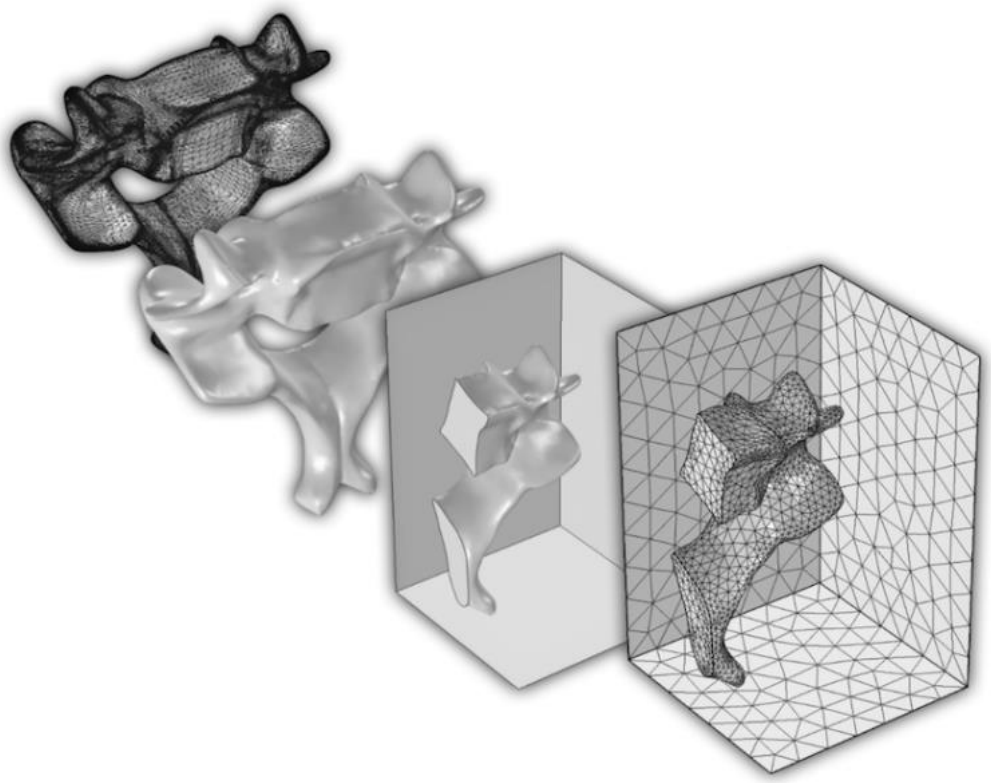
导入网格

- 直接通过导入的曲面网格进行网格划分
  - 无需创建几何
  - 编辑、重构面网格
  - 创建域
  - 基于面网格创建体网格
- 通过网格创建几何
  - 导入网格零件
  - 创建几何，可进行几何操作
  - 基于几何生成新的体网格



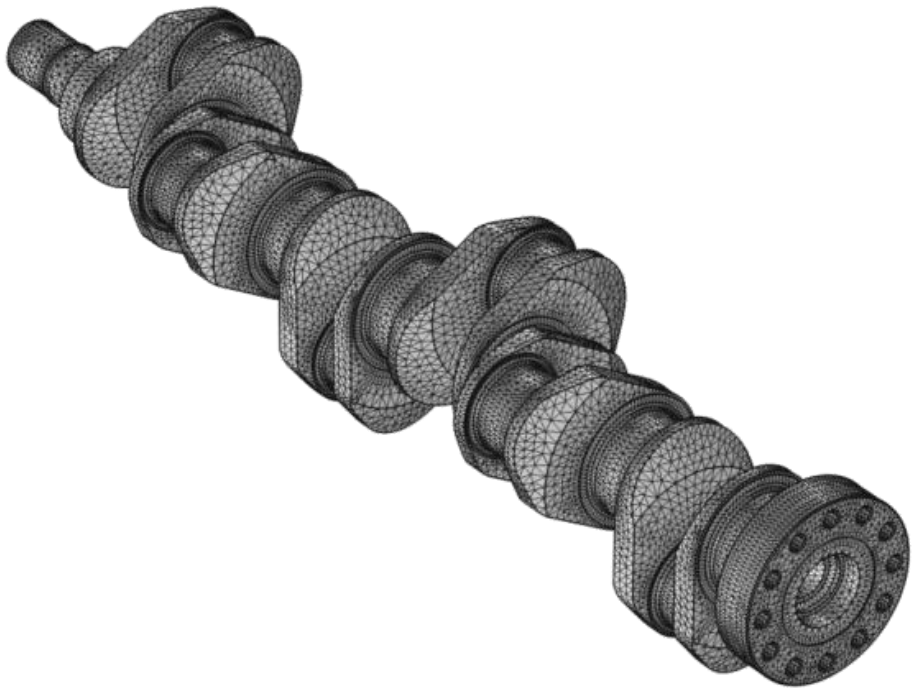
导入 STL 网格

- 3D 打印的标准文件格式之一
- 只能描述三维物体
- 表面网格
- 支持单个 STL 文件中包含多个对象



导入 Nastran (.nas) 网格

- 导入网格和材料
- 基于材料数据自动分割成域
- 基于单元类型自动分割成域
- 自动或手动控制边界分割的参数
- 导入平面网格作为二维网格
- 可基于文件中域和边界单元的属性 ID 生成选择



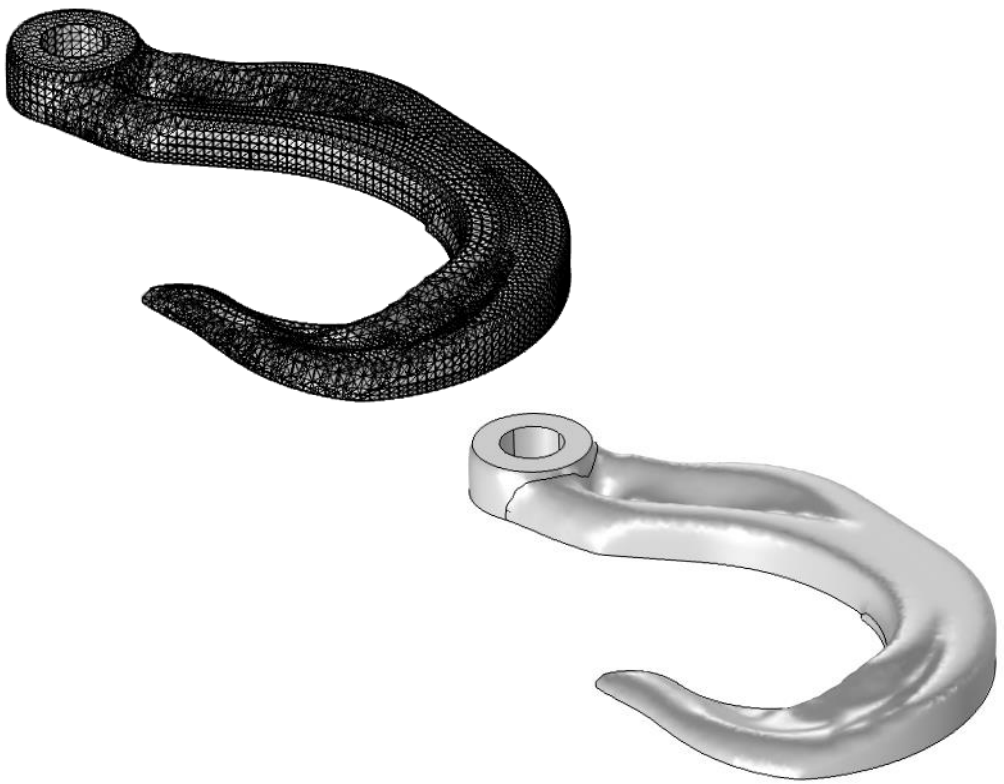
曲轴的 Nastran 导入网格

导入 COMSOL 网格

- .mphbin, .mphtxt 网格格式
  - 允许将单元分组为选择
- 基于 MRI 和扫描数据的网格上创建 COMSOL Multiphysics 模型
- 下列软件支持导出到 COMSOL 网格
  - Materialise 的 Mimics，请查阅 www.materialise.com
  - Simpleware FE 模块，请查阅 https://www.synopsys.com/simpleware

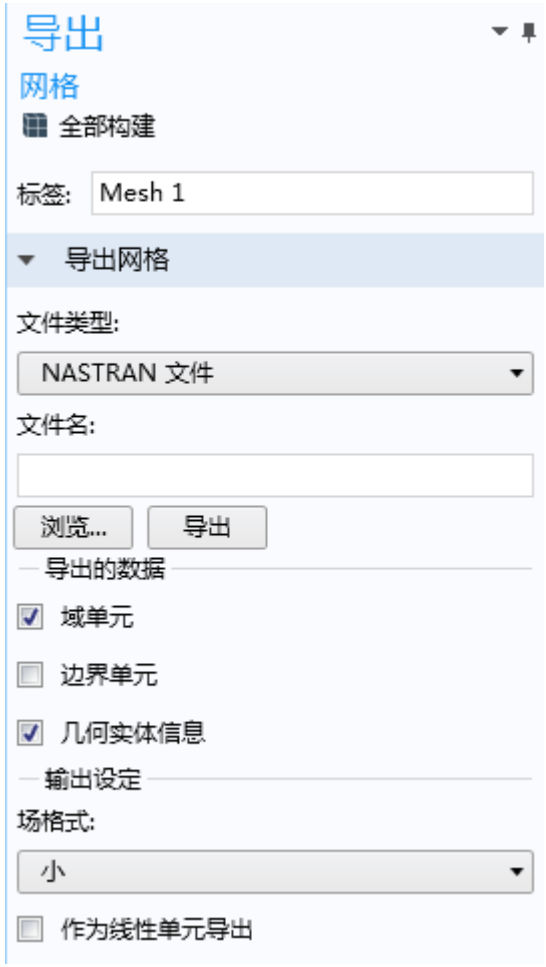
通过网格创建几何

- 将导入的网格创建成几何对象
- 自动简化和删除缺陷
- 使用几何操作来计算导入网格的体积，例如，用于流体流动或电磁场仿真



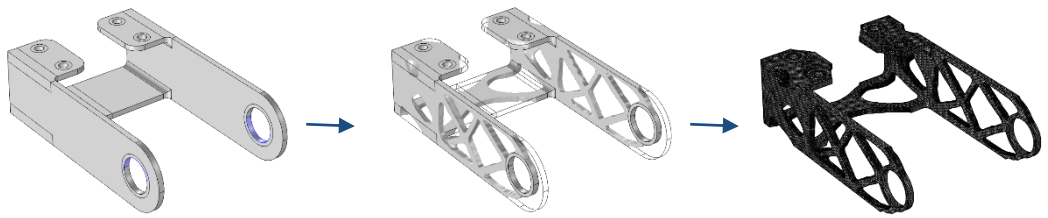
Nastran 导出

- 导出二维和三维网格
- 导出域和边界单元
- 包括几何实体 id，以及二阶单元信息

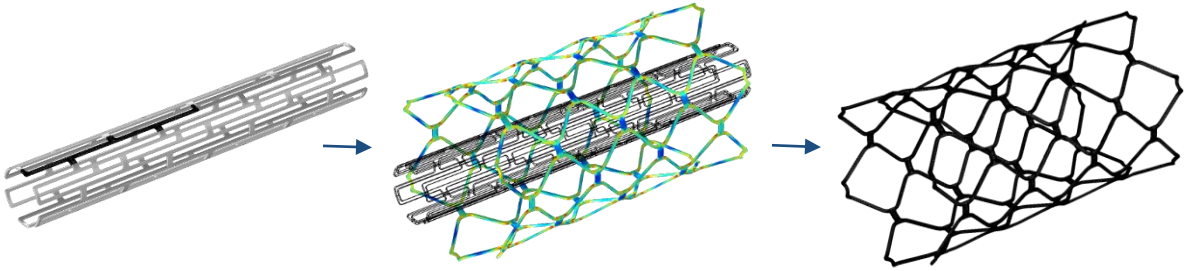


3MF、PLY 及 STL 导出

- 基于导出的 3MF、PLY 和 STL 表面网格，进行 3D 打印、在 CAD 软件中创建或修改设计
- 支持导出：
  - 网格
  - 变形网格
  - 结果绘图的可视化网格
  - 结果绘图的色彩信息（3MF 和 PLY 格式）
  - 基于数据集过滤后几何子集创建的网格
  - 三角形表面网格用于几何可视化（仅 STL 格式）



支架几何的拓扑优化。优化后，根据材料体积因子的绘图（如右图所示）导出为 STL 格式。



医用支架的大应变塑性仿真。中间的绘图显示了变形几何上的 von Mises 应力结果，并将变形的几何导出为 STL 格式。